CHRONOMATIK CHRONOMETRI

Frede Schandorf

OM TONALITET

Et udkast

1977

TEKST

Chronomatics Institute
DANMARK

Indholdsfortegnelse.

F o r o r d

Musikkens magt over mennesket afspejles i århundreders myter. Den har inspireret digterne, men den har også været en kilde, hvoraf alle epokers tænkere har kunnet øse. Selv uden det musikalske forløbs mening har musikkens mindste bestanddel - t o n e n - kaldt tanker til live. T o n e n stod ved matematikkens vugge hos pythagoreerne, hvor den befrugtede tanken, idet den afslørede sine egenskaber, når den fra monochordens ene streng udleverede sig selv som i n t e r v a l l e r med simple kvantitative målforhold (1:2, 2:3, 3:4...).

På menneskesindet havde disse intervaller først og fremmest k v a l i t a t i v virkning som o k t a v, k v i n t, k v a r t etc. Da det på denne måde blev muligt at omsætte kvalitative fænomener til kvantitative, blev dermed også betingelserne for naturvidenskaben givet. Siden har toner og intervaller ægget tænkere og inspireret kunstnere. Forestillinger om sfære-harmonier, en tonende verdensorden, var inspirationskilde endnu for Johannes Kepler. Men skønt den førte ham til positive astronomiske resultater, kunne denne forestillingsverden ikke holdes levende for en nyere tids videnskab. Mere og mere blev intervaller blot et materiale for kunstneren eller en abstraktion for tænkeren; deres realistiske forbindelse med naturvidenskabens fysiske verden blev brudt. Kun enkelte blev efter Kepler fascineret af intervallernes, in casu "harmonik"ens og proportionernes selvfølgelige, men også anelsesfulde verden. I det 20.århundrede har Hans Kayser på ny vækket til eftertanke med sine dybe tanker om intervallernes centrale stilling i et både eksakt videnskabeligt og filosofisk humanistisk verdensbillede.

Men den plads t o n e n havde indtaget i århundreders verdensbillede skulle blive overtaget af l y s e t. Både begreber som lysoktaven (spektret fra infrarødt til ultraviolet) og lyskvanter, respektive lys-hastighed er trådt i stedet for tonen og dens intervaller. Hvor "frekvenser" gik ind i billedet, trådte "intervaller" ud af det.

Begrebet "intervaller" forbindes i almindelighed med o k t a v, k v i n t, k v a r t, t e r t s etc., sådan som intervaller med de enkleste tal- og måleforhold fik navn. Denne navnerække forblev yderst begrænset og knyttes i vor tid væsentligst kun til musikken. De klassiske interval-begreber anvendes af naturvidenskaben i det store og hele som "illustrationsmiddel", hvor der f.ex tales om frekvensområder, liggende så og så mange o k t a v e r højere end hørbare områder.

At der måske kunne herske betydningsfulde intervalliske forhold mellem fænomener i naturvidenskabens ekstreme frekventiske områder, beskæftiger man sig ikke med. Det er forståeligt, for der har ikke foreligget nogen almindelig frekventisk interval-teori, hvori alle svingningstal kan forekomme med meningsfuld interval-relation til hinanden, hvadenten der er tale om frekvenser langt over eller periodiske svingningsfænomener langt under høregrænsen.

Umiddelbart synes der ikke at kunne uddrages nogen interval-teori af de specielle naturvidenskabelige fænomener, selv om der måtte findes mange frekvens-områder, hvor interval--betragtninger måtte kunne gøres gældende.

I en almindelig interval-teori må imidlertid forhold imellem de enkleste rationale svingningstal såvel som imellem alle andre reelle tals have deres selvfølgelige plads side om side.

Derfor turde det være rimeligt at søge generelle intervalliske træk udledt af områder, hvor de mest elementære intervaller har vist de mest differentierede egenskaber: i århundreders m u s i k. Heri er "tonale" lovmæssigheder blevet afdækket i kraft af menneskers intense indre lytten efter veje, ad hvilke de kunne udfolde deres kunst. Da er det nærliggende at søge holdepunkter for en almindelig interval- og tonal-teori i musikkens tone-s t o f l i g e forhold. Målet må være at almindeliggøre det specifikt musikalske igennem en tonal-teori, som derved skulle have mulighed for at blive gyldig i alle andre frekventiske områder foruden de af den klingende tone betingede musikalske.

En sådan begrebsverden dølges i fænomenet t o n a l i t e t, som det her er hensigten at definere og udlede lovene for.

...det gamle ideal, hvorom allerede pythagoreerne havde drømt, at føre naturfænomenernes beskrivelse tilbage til et sammenspil af rene tal...

NIELS BOHR

(Atomfysik og menneskelig erkendelse)

Indledning

I dialogen "Timaios" understreger Platon vigtigheden af at begynde undersøgelsen af enhver sag på en måde, der stemmer med dens natur. Det råd er det værd at holde sig efterretteligt i ét og alt, her hvor opgaven er at undersøge, definere og fremlægge struktur-love og regler for tonalitet.

Først visse almindelige træk.

Det er en selvfølge, at "tonalitet" forudsætter "toner", og at toner kan manifestere sig for øret som følge af regelmæssige svingninger, (altså bevægelse, periodiserende indenfor tidsenheder). At toner i relation til hinanden danner intervaller, og at intervaller er indeholdt i den enkelte (ideale) tones naturtone- eller deltonerække forudsættes bekendt som baggrund for hele fremstillingen af begrebet tonalitet. Hvor det for læseren måtte være nødvendigt at repetere eller fra grunden

a)

lære sig disse fænomener at kende henvises til særlige værker herom, musikalske lærebøger eller andre fremstillinger af almindeligt tonende/akustiske fænomener.

Om tonalitet kan foreløbig siges, at den opstår, hvor toner samler sig i nogle i sig selv sluttede, altså endelige grupper indenfor et givet intervallisk område. Mere konkret kan den ramme, der omslutter det antal toner, som udgør en tonalitet være oktaven (svingningsforholdet: 2:1). Principielt kunne ethvert andet interval - kvint (3:2), duodecim (3:1) eller andre uden navn blot anført med svingningstalsforholdet x:y - udnævnes til den ramme, indenfor hvilken toner samler sig efter nærmere "regler"+/. Når imidlertid o k t a v e n (2:1) sættes som ramme her for al følgende redegørelse for tonalitets-begrebet, skyldes det dels, at oktaven forefindes som en sådan ramme overalt, hvor musikalske kulturer har udviklet tonale forhold, dels - hvad formentlig også er årsagen dertil - at oktaven, der har det eneste l i g e primtal, tallet 2, som sit svingningstal, har karakter af identitets-interval. Det vil sige, alle frq.e/svingningstal der er grupperet indenfor én oktav, kan hæves/sænkes til andre oktaver - principielt ad infinitum - ved multiplikationer/divisioner med oktavens svingningstal, 2, og i enhver oktav (højde/dybde) bevare sin identitet. Kvantitativt - det vil sige med hensyn til antallet af svingninger pr tidsenhed for tonerne - er de i højere/dybere oktaver liggende tonale gruppers toner bestandigt "forskellige". Kvalitativt, derimod, turde oktaverede toner være identiske, uanset hvilken oktav-

+/ jfr. s. 17o.

højde/dybde de findes i. Det er det forhold, der musikalsk er karakteriseret ved toners navne (bogstaverne: A.B.C.D.E.F.G. a,b,c,d,e,f,g/a,b,c....), der som bekendt gentages i enhver højere/dybere liggende oktav.

Det er denne "identiteternes" musikalske selvfølgelighed, der også gør det selvfølgeligt, at et tonalt afgrænset antal toner (elementer) kan betragtes som en - også fra et matematisk synspunkt - e n d e l i g g r u p p e, altså en tonal-gruppe eller tonalitet.

I en anden sammenhæng ("Tonalitet - generator-interval") skal der redegøres for, hvilke kriterier der kræves for at et afgrænset antal toner (elementer) kan karakteriseres og for visse "små" gruppers vedkommende også musikalsk "høres" som en tonal-gruppe, en tonalitet.

Her skal det blot for en ordens skyld yderligere anføres, at det for lige store intervaller i forlængelse af hinanden (i højde/dybde) gælder, at intervallets svingningstal (x) øges eller mindskes i potenser med positive/negative hele tal (z) som eksponenter. Derfor er 2^z udtryk for oktaver i højde/dybde (f.ex 2^{-2} (=¼), 2^{-1} (=½), 2^0 (=1), 2^1 (=2), 2^2 (=4...)).

Tal som 3^z derimod danner ikke identitets-intervaller men som svingningstalsforholdet 3:1 er det et blandt uendeligt mange "generator-intervaller".

Musikalsk kendes intervallet 3:1 som "duodecim", hvis øverste tone ligger kvinten højere end en oktav.

Det er indlysende, at en "tonalitet" omfatter et helt antal toner (elementer), altså 5 toner, 7 toner, 12 toner, 17 toner etc., hvorimod en tonalitet med 7 ¼ tone, eller 13 1/5 tone o.lign. er uden mening.*)

Men i og med at der er tale om et helt antal toner indenfor identitets-intervallet oktav som udgørende en tonalitet, må der principielt kunne være tale om et hvilket som helst antal toner (elementer) indenfor endelige tonale grupper, nemlig n toner, hvor n er et vilkårligt naturligt tal, dvs et af tallene: 1, 2, 3, 4,. ...osv.

*) Dette har ikke noget at gøre med den gængse brug af begreber som ½toner og ¼toner, der refererer til visse "interval-størrelser", ikke til den enkelte tone

Herfra viser det sig hensigtsmæssigt at holde sig det platoniske råd efterretteligt: at undersøge sagen på en måde, der stemmer med dens natur. Og til tonalitetsbegrebets natur hører selve tonen; den ideale tone, ikke knyttet til noget bestemt instrument, men heller ikke nogen abstrakt tænkt sinustone.

Denne ideale tone er i sig selv en - principielt - uendelig følge af naturlige sv.tal, der ytrer sig med svingningstallene og deraf følgende intervaller imellem dem i tonens medklingende naturtonerække. Disse naturlige svingningstal kan med fordel i denne sammenhæng skilles ud i uendelige grupper efter tonale kriterier - en måde, der stemmer med tonens, sagens natur, og det vil i denne forbindelse sige intervalliske kriterier.

Interval - i.e. imellem værdierne, her relationen eller afstanden mellem t o n e r n e - opstaar som en relation mellem tids-enheder, markeret ved periodiske svingninger. Tonalt set er der derfor tale om intervaller (principielt toner), hvor som helst periodiske bevægelsesenheder står i meningsfuld relation til hinanden, det være sig forholdet mellem to klingende toner, to rytmehastigheder og i videre forstand også (tids- og struktur)forholdet mellem musikalske formafsnit.

I extra-musikalske systemer er f.ex. planetbevægelsers indbyrdes (tids)forhold såvel som relationer imellem atomare svingningsfænomener at betragte som tonale intervaller. I det ydre er det kun bevægelsernes svingnings-tid, der adskiller disse extremer. Tonalt set kan de som intervaller omfattes af samme definitioner og analyser. Og disse begynder med tonens struktur.

> ...samtidig med at han ordnede verden, skabte han et evighedsbillede af den evighed, der uforanderligt bestemmes ved enhed, og dette billede, hvis bevægelse bestemmes ved tal, har vi givet navnet tid....
>
> PLATON (Timaios)

Lad svingningstallet være: D, hvilket kan være det samme som tonen D efter musikalsk praksis. Vi har da:

naturtonernes nummer og svingningsantal:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16....
	D	D^1		D^2				D^3								D^4

Tonen D's identiteter, altså oktaverne til udgangstonen indfinder sig i rækken som potenser af 2, tallene 2^1 2^2 2^3 2^4...

Som identiteter til udgangs-D'et kan disse derfor svinges ud af rækken med tallet 1 som hængsel. De danner over tallet 1 en uendelig følge af tal/toner for sig. Det kan skematisk vises sådan:

$2^4 = 16$
$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = 1$ / 3 / 5 6 7 / 9 10 11 12 13 14 15 / 17 18 . 20...24...28...

D A——A——A——A— — —
Q——Q——Q——Q— — —
R——R——R— —

Denne procedure kan naturligvis anvendes på alle øvrige ulige tal som vist foroven. Oktaver til tallet (tonen) 3 (6, 12, 24...)er markeret med med A'er, oktaver til 5 (10, 20...) med Q'er og til 7 (14, 28...) med R og sådan fremdeles. Vi har da over hvert ulige tal en søjle af oktavtoner (-tal), altså en søjle af identiteter, som hver danner en uendelig følge af tal/toner, hver med sin særlige karakter eller kvalitet, bestemt først af udgangsnaturtonen 1 og dermed af de ulige tal som er søjlernes fundamenter i denne opstilling:

..	..	..	...	...	...	...	
16	48	80	112	144	176	208	...
8	24	40	56	72	88	104	...
4	12	20	28	36	44	52	...
2	6	10	14	18	22	26	...
1	3	5	7	9	11	13	... ad. infin....

Talsøjlen til venstre repræsenterer det rene oktavprincip ($2^0, 2^1, 2^2 \ldots n$), der danner de øvrige oktav-søjler.

Hermed er de naturlige tal blevet foreløbig klassificeret ifølge tonale (intervalliske) kriterier, som en uendelig følge af forskelligheder, hver med sin uendelige søjle af identiteter.

At afdække tonalitetsbegrebets struktur og væsen vil strengt taget foregå ved en sådan bestandig klassifikation og udskillelse af tal - hvadenten de repræsenterer bevægelsesenheder (tendenser) (toner) eller toners indordnen i gruppe-størrelser (tonaliteter).

Men de definitioner, der er baggrund for tals og gruppers klassifikationer, knytter sig intimt til fænomener af specifik musikalsk oprindelse. Hvad musikken røber af tallets væsen er egenskaber, som næppe kunne være udledt af det rene tal, betragtet som tonløst matematisk respektive tal-teoretisk fænomen. Det er her erfaret

med den foreløbige inddeling i identiteter og forskelligheder. Som u-hørte fænomener lader de sig klassificere som hhv (forskellige) l i g e og (forskellige) u l i g e tal med deraf følgende rent talmæssige egenskaber. Men det forklarer ikke det hørte tal-tonale identitets-fænomen: dersom 1 er lig med tonen D, da er 3 lig med tonen A ganske som de hele lige tal 6, 12, 24... etc., men også brøkerne 3:2, 3:4, 3:8...etc., der ikke er hele tal er dog lig med tonen A's identiteter, og de kunne som tal skrives med decimalbrøkerne 1,5 0,75 0,375 etc... De kan da også i lighed med alle andre tal, som det efterhånden vil fremgå af de tonale definitioner behandles som hele tal. Fra et tal-tonalt synspunkt er det ulogisk, ja urigtigt at gøre væsensforskel på de tal, der ligger bag tonen. Er det indset, må det også kunne ses, at positive reelle tal (opfattet som svingningstids-enheder, toner), der er mindre end 1 eller og større end 2, har netop én repræsentant, altså én af deres identiteter liggende imellem tallene 1 og 2 (= én oktav).

Dette er forståeligt på baggrund af det h ø r t e tal-tonale oktav-fænomen: identitet. Men en følge af dette forhold - at alle tal (toner) indgår som heltallige størrelser i tonale systemer (tonaliteter), med enheder svingningstalsmæssigt placeret i tur og orden indenfor 1 og 2 er, at der principielt forekommer et uendeligt antal talsystemer, idet talsystem og tonesystem er en og samme sag, ikke blot ideelt set, men også ganske reelt, som det vil fremgå af definitioner og analyser af begrebet tonalitet, (jfr.s-126 ff).

At operere med et uendeligt antal talsystemer synes at være absurd, og på forhånd aldeles udelukket for menne-sker og i kybernetikkens epoke selv for maskiner. Taget så bogstaveligt, som det er sagt, er tonale systemer som penta- (5) og hepta-tonalitet (7) at betragte og at "regne med" som hhv 5- og 7-talsystemer. For musikeren en dagligdags beskæftigelse, idet "ener" tallene i hans 7-talsystem hedder A B C D E F G, og de næste syv er igen A B C..., blot en oktav højere etc. Hvad han må bruge af fortegn ♯/♭ i dette 7-talsystem er at betragte ganske bogstaveligt som systemets "tiere" in casu "syv'ere".

At beherske disse tonale talsystemer fører imidlertid et godt stykke på vej til at kunne operere principielt med alle tal(tonale)systemer.

Vigtigt er det her at forstå, at tal(tonale)systemer ikke - som f.ex. den almindelige anvendelse af 10talsystemet - først og fremmest er kvantitative. Ganske vist kan de opfylde kvantitative funktioner (repræsentere svingningstal), men taltonale systemer er væsentligst kvalitative. Det vil sige, at de i særlig grad udmærker sig ved at afdække tonale s t r u k t u r e r og bevægelser(transpositioner). I kraft af de kriterier, der kan tilføres tallet pa baggrund af definitioner af tonale egenskaber - f.ex. i form af dynamisk virkende positive og negative kræfter (tonale grad- og cellevirkninger) - træder der mere og mere klart struktur-love frem, som udgør den egentlige basis for tal(tonale)systemer: tonaliteter. jfr.s.77 og 88

Til illustration af disse strukturlove tjener en række musikalsk og tonalt motiverede analysemidler: dels rent aritmetiske tonal-tabeller, forskellige tonale planer der minder om koordinatsystemer dels tabel-illustrerende klaviatur-analyser og analytisk (til dels praktisk) virkende nodesystemer for forskellige tonalsystemer. I forbindelse med oktav-omlægninger (ordning af identiteter) anvendes omgrupperingslinjer eller -mønstre, som i lighed med flere af de øvrige analysemidler danner klare symmetriske strukturer. Disse kan røbe indre sammenhænge, hvor der i det ydre ikke synes at være påfaldende overensstemmelser (jfr. reciproke tonaliteter, Ex.I. s. 35,37)

Baggrunden herfor er egenskaber i selve stoffet, der ytrer sig med usvigelig lovmæssighed og kan læres, som man lærer matematiske regler eller ligefrem regler for et s p i l, der med reverens til digteren Hermann Hesse for den sags skyld godt kan betragtes som en art G l a s p e r l e n s p i e l (i relation til analyser I.s.12,13,16,17,24,32,37 og II.s.59/75,o.a.).

Det element af spil, der her kan være tale om, ytrer sig med det "valg" af analysemetoder og -konstruktioner, der gøres, og som er desto dybere i overensstemmelse med tonalitetsbegrebets væsen, jo klarere de "valgte" illustrationer afdækker de indre sammenhænge. I den henseende er flere af de her "valgte" analyseformer udtryk for et sådant åndeligt tonalt spil, og i senere kapitler af den musikalske tonalteoris fortsættelse vil der med et fænomen, som er kaldt egenladningsplan og -kube blive givet exempel på en meget høj grad af komplexitet, som i kraft af den "valgte" ydre strukturering eller formulering afdækker indre strukturer af en hidtil uanet skønhed, af sammenhæng mellem alle talsystemer fra de mindste til uendeligt store og derfor af umådelig meningsfylde.

Vejen hertil går igennem, ja er en væsentlig grundfaktor af musik, begyndende ved tonen og intervallet. I én henseende kan emnet betragtes som et musikteoretisk anliggende, og som der redegøres for tonalitet i det følgende, kræver det undertiden, at læseren har ganske betydelige teoretiske kundskaber og kender til omfattende intervalliske forhold.

Imidlertid har begrebet tonalitet så vide perspektiver, at det må formodes at have interesse for såvel almindeligt musikinteresserede i denne forbindelse mennesker, der desuden har andre interesser, det være sig matematiske, naturvidenskabelige, historiske, kosmologiske eller filosofiske etc. For dem kan det være af værdi at repetere eller at få almindelige oplysninger om den musikalske intervalpraksis og de intervalnavne og -egenskaber, der knytter sig til den intervallære, der som forudsætning har det vesterlandske, 7tonale tonesystem med dets alfabetiske stamnavnerække - A B C D E F G - og de intervaludvidelses-muligheder, som de musikalske # /♭fortegn giver.

Denne fortegnspraksis er iøvrigt et grundlæggende tonalt princip, som det er nødvendigt at blive fortrolig med for at kunne følge de tonale konsekvenser af fortegnsfænomenet.

Da disse forhold egentlig må anses for at være læserens almindelige forudsætninger for at følge udlægningen af begrebet tonalitet, behandles de for sig selv som indledning til Appendix. Men der er forhold i den historiske intervallære, som end ikke er almindeligt kendte af musikere og musikteoretikere, og derfor er det ofte heller ikke forstået, at der i de hyppigt ignorerede intervalliske kommafænomener (pythagoræisk og syntonisk komma o.a.) ligger musikalske realiteter, som den begavede musiker måske respekterer intuitivt, men som altfor ofte bliver overset på grund af uvidenhed om fænomenerne og deres musikalske betydning. De forhold gøres der her rede for i en udvidet intervalorientering og -oversigt.

Desuden indeholder appendix nærmere redegørelser for og henvisninger til praktiske fremgangsmåder ved behandling af specifikt tonale analysemidler.

T O N A L I T E T

Begreber som tonalitet, tonesystem, toneart og tonekøn går mere eller mindre over i hinanden og har rødder årtusinder tilbage, dybt i kulturernes musik.

Almindeligvis bruges i vesterlandsk musik toneart som betegnelse for tonekønnene dur's og mol's grundtone-relationer. Tonearter, navngivet efter deres grundtone, er bl.a. A-dur, Es-dur, fis-mol, c-mol etc.. Det er i vesterlansk musik velkendt, at disse forskellige placeringer dvs transpositioner af tonekøns tonearternes grundtoner kan forekomme i sammenhængende musikalske forløb, som modulationer, og at modulationer til de nærmest beslægtede tonearter foregår i kvint-spring, deraf rækkefølgen og det successivt stigende antal fortegn for hhv. ♯- og ♭-tonearter. Det er ikke mindst heraf, det ses, at tonearternes tonesystem har kvinten (3:2 eller 1,5) som skaber eller frembringer. Lad den og tilsvarende intervaller være kaldt g e n e r a t o r af det forråd af toner og deraf følgende intervaller, tonesystemet omfatter. Tonesystemet er således en materiale-samling, der for den vesterlandske musiks tonearter i virkeligheden omfatter ca. 25 toner (indenfor oktaven!), nemlig 7 s.kaldte stamtoner - A B C D E F G - samt dobbelt så mange ♯/♭-toner og dertil i passende sammenhænge nogle ♭♭ og ✕-toner.

Men tonekønnet d u r f.ex. - og dermed de modale, såkaldte kirketonearter - omfatter kun 7 toner og deres identiteter. De er h e p t a-tonaliteter (hepta, græsk ord for 7). At musik i hepta-tonaliteten dur kan transponeres, altså flyttes rundt indenfor

tonesystemets toneforråd ændrer nok tonearten men ikke tonaliteten. Tilsvarende gælder f.ex. musik fra gammel-kinesisk kulturområde, hvis tonesystem også har kvint (3:2) som generator-interval, principielt samme system som det vesterlandske blot med et mere begrænset toneforråd (12 toner). Men musikken, der også her kan transponeres indenfor toneforrådet er af anden, omend beslægtet tonalitet, der kun rummer 5 toner og deres identiteter - den er p e n t a-tonal (penta, græsk ord for 5, jfr. "Intervaller" ex. s. 23,b). Det vil bl.a. sige, at tonaliteten - hvad dens øvrige karakteristika end vil vise sig at være - sætter visse grænser for, hvilke toner i systemets skala-forråd der kan hænge sammen tonalt, og hvilke der ikke kan.

Således omfatter den heptatonale middelaldermusiks modale (kirketonale) toneforråd ikke 7 men 8 toner: A ♭B ♮B C D E F G, idet visse vendinger kunne bruge det ofte nedadgående bløde B-rotundum (♭), medens andre krævede det lysere, skarpere B-quadratum (♮)*) Det kromatiske interval ♭-♮ måtte dog ikke anvendes, er altså "dødt interval" (hører ikke til tonaliteten). For tonekønnet mol derimod er de tonale grænser flexible, idet tonesystemets materiale kan omfatte ca. 10 af kvinten frembragte toner (jfr. melodisk mol, dur-variantakkorder eller den i "Intervaller" s. 24 omtalte neapolitanske kadence med tonekønnets 2. tone sænket), uden at der er tale om modulation. Men ligesom for kirketonearterne gælder med moderation for mol, at det kromatiske halvtrin ikke er legitimt i den melodiske hovedstemme, som følger tonaliteten, derimod nok i akkord-forbindelsernes øvrige stemmer, og det hører til kriterierne for, at mol oprindelig er en heptatonalitet**).

---

*) jfr. opløsningstegnet kvadrat ♮ og det engelske flat (♭) og sharp (♯).

**) I megen folkemusik, europæisk og orientalsk (afrikansk, indisk) indgår de extreme mol-toner i faste melodiske formler. Således kan der undertiden sættes både ♯ og ♭ sammen som faste fortegn (jfr. g-mol eller d-mol med både fis, cis, b og es). Men sådanne melodi-formler bruger dog kun en begrænset del af det materiale, de tilsvarende ♯/♭-tonearter repræsenterer. NB: germansk folkesang rummer påfaldende få mol-melodier.

Middelalderens kirketonale musik i tonearter med de fra antikken hentede navne - dorisk, frygisk, lydisk etc... - viser, at melodiske formler og hele forløb kan stå i særlig relation til bestemte toner. Deraf kan én være dominerende under det melodiske forløb, der imidlertid som tøjr føles forbundet med tonen, melodien er centreret om og falder til hvile på. Disse toner - grundtone og dominant - hører til kirketonearternes karakteristika, men alle kirketonearter er heptatonale, alle med principielt samme stamtone-materiale: a, (b), ♭, c, d, e, f, g. Den måde (modus), hvorpå middelaldermusikken så karakteristisk forholder sig til sine grundtoner og dominanter, udviskes efterhånden som flerstemmighedens harmoniske formler (kadencer) vinder hævd og dermed uvilkårligt favoriserer tonekønnene, den hårde d u r og den bløde, mørke m o l - en dualisme, som har en vis relation til middelalderens skarpe ♭ og runde ♭.

Med begreber som penta- og hepta-tonalitet tilkendegives, at det tonale er knyttet til en talmæssigt afgrænset samling toner, uanset at tonesystemet kan omfatte langt flere toner end tonaliteterne, der bevæger sig (transponeres) indenfor det. Det viser, at tonaliteter af forskellig størrelse (både penta- og hepta-tonalitet med flere!) forekommer indenfor samme system, det vil sige, at de har samme grund-interval som systemets (toneforrådets) generator (kvint f.ex.)

Baggrunden herfor kan analyserne i det følgende forklare. Udgangspunktet er eksisterende, fra musikalsk praksis kendte tonaliteter, som i videste forstand kan kaldes endelige tonale grupper.*)

*) Dette har en vis relation til matematikkens teori for endelige grupper, idet tonaliteter, hvis tone-kvaliteter har ét, indenfor oktaven, begrænset eller endeligt antal, i mangt og meget minder om matematisk gruppe-teori. I sin konsekvens viser sig tonale grupper af forskellig størrelse at have karakter af rene tal-systemer: 7-, 12-, 17- eller 29-tal-system o.s.v. jfr.s.126.

Forskellige kulturer og epoker kan være nået frem til sådanne tonale grupper ad forskellige veje, men hvad enten grund-materialet er opstået i kraft af kultiske krav, på baggrund af empirisk musikalsk udfoldelse eller som følge af matematiske, kosmologiske eller filosofiske overvejelser, foreligger resultaterne dog i musik, som med sin egen-styrke bekræfter tonalitets-begrebet som et s k j u l t m ø n s t e r bag de klingende musikalske strukturer. Det er dette, analyserne kan afdække. Betingelsen er: lov og orden ikke mindst med hensyn til de mål (intervaller), der danner materialet. Sproget for intervalliske og tonale mål er t a l, som igen kan være forbundet med s t r u k t u r - f.ex. symmetrier.

Ethvert svingningstal kan - ofte kun tilnærmelsesvist - skrives i det almindelige 10 tal-system med decimaler. Men her er det vigtigt at gøre sig klart, at disse tal kun angår visse tonehøjde-forskelle, de kan være afgørende som vejledning, men siger ikke det væsentligste om de egentlige tonale forhold. Alligevel er tallet det allervigtigste redskab til formidling og forståelse af det tonale i videste konsekvens, det vil sige, når tonaliteter bliver vilkårligt store og f.ex. i tonesystemet med kvint/kvart som generator-intervalpar fører til stamtone-navne med flerfoldige fortegn (jfr. Ex.I.s.25.)

Det kvantitative - det kvalitative

I tonale relationer har tallet to væsensforskellige men tæt forbundne sider: en kvantitativ og en kvalitativ. At behandle disse sider hver for sig vil føre til for kunstig en adskillelse af kvantitet/kvalitet. Gang på gang er det nødvendigt at referere både til

det kvantitative - de konkrete svingningstal, frembragt af komplementære generator-intervaller ved potens-opløftninger og oktavnævninger/sænkninger i vilkårligt antal -

- og til

det kvalitative - som bl.a. generator-tallenes exponenter repræsenterer i begrænsede antal, bestemt af givne tonaliteters størrelse og som regel ligeligt fordelt mellem positive og negative hele tal.

Ethvert interval og dermed dets komplementær-interval, som ikke er tempereret indenfor en oktav ($2^{1:n}$)*) kan ligge til grund for et tonesystem. Foruden kvint/kvart (3:2 og 2^2:3) - de første, der inddeler naturtonerækkens oktav komplementært, og som så rigt kan exemplificeres musikalsk - kunne som generator-intervaller anvendes f.ex. de øvrige af naturtonerækkens ulige toner: terts-kvaliteten 5, septim-kvaliteten 7, resp. 11, 13, kvint/terts-produktet 15 (3·5), 17, 19 **)...osv. Alle lige toner (tal) i naturtonerækken er oktaver til de ulige, og de kan så at sige sorteres fra som identiteter, der som vist i indledningen s.5, ff. nok kvantitativt, men ikke kvalitativt er n y e toner. Men i naturtonerækkens principielt ad infinitum gående toner (dvs tal og intervaller) kan også ulige sorteres fra som tilhørende ét tonesystem: de, som også er heltallige potenser af et ulige tal. Disse tal (toner) er ens intervaller til 1. potens af et natur-interval, altså et tonalt generator-interval.

*) jfr. neutrale tonaliteter under kap. Tonal periode s.75

**) Disse såkaldte ekmeliske toner/intervaller synes at tilhøre områder udenfor de alm. musikalsk anvendelige. Det berører dog ikke deres muligheder for - ligesom alle andre positive reelle tal - principielt at være generator-intervaller og dermed basis for tonale systemer.

En følge af sådanne generator-intervaller, tilhørende ét tonesystem kan f.ex. være naturintervallet duodecim med svingningstallet 3 (i oktavsænkning er lig med de komplementære intervaller kvint (3:2 og kvart 2^2:3) ex. I/5:

sv/tal:	3^0 = 1	3^1 3	3^2 9	3^3 27	3^4... 81....
toner:	D	A	E	B	F....

Blandt naturtonerækkens lige toner (tal) forekommer principielt duodecimernes oktaver, som det er praktisk at sortere fra i en tonalt betinget gruppering af de svingningstal, der hører til ét og samme tonesystem. Lad disse oktaver være stillet lodret over hvert af de ulige tal, her 3^n:

oktaver								
$2^3 \cdot 3^n$	8	24	72	216	648	1944	....	oktaver =
$2^2 \cdot$ "	4	12	36	108	324	972	....	identiteter
$2^1 \cdot$ "	2	6	18	54	162	486	....	
$2^0 \cdot$ "	1	3	9	27	81	243	....	generator-tal
kvint-toner:	3^0 D	3^1 A *	3^2 E	3^3 B	3^4 #F	3^5 #C.....		

Samme grupperingsprincip kan bruges for ethvert (generator)tal, f.ex. naturterts-intervallet 5, naturseptimen 7 eller 11.naturtone, jfr. ex:

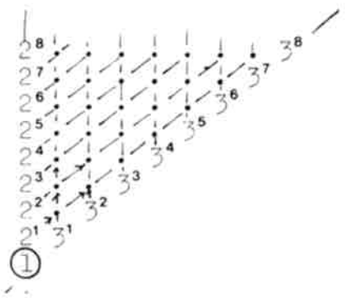
$2^3 \cdot 5^n$	8	40	200	1000	5000	25000	....	oktaver =
$2^2 \cdot$ "	4	20	100	500	2500	12500	....	identiteter
$2^1 \cdot$ "	2	10	50	250	1250	6250	....	
$2^0 \cdot$ "	1	5	25	125	625	3125	....	generator-tal
	5^0	5^1 *	5^2	5^3	5^4	5^5		
$2^3 \cdot 7^n$	8	56	392	2744	19208	134456	....	oktaver =
$2^2 \cdot$ "	4	28	196	1372	9604	67228	....	identiteter
$2^1 \cdot$ "	2	14	98	686	4802	33614	....	
2^0 "	1	7	49	343	2402	33614	....	generator-tal
	7^0	7^1 *	7^2	7^3	7^4	7^5		
$2^3 \cdot 11^n$	8	88	968	10648	117128	....		
$2^2 \cdot$ "	4	44	484	5324	58564	....	etc.	
$2^1 \cdot$ "	2	22	242	2662	29282	....		
$2^0 \cdot$ "	1	11	121	1331	14641	....	etc.	
	11^0	11^1 *	11^2	11^3	11^4			

* generator-interval

Til brug for tonal analyse er det imidlertid hensigtsmæssigt at opstille et tonesystems tal i en slags koordinatsystem. Med duodecim (3) som generatorinterval er det fordelagtigt at lade de heltallige potenser af 3 altså en række af duodecimer følge en diagonal:

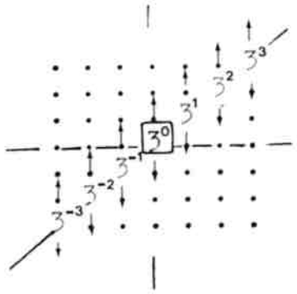
256	384	576	864	1296	1944	2916	4374	6561
128	192	288	432	648	972	1458	2187	
64	96	144	216	324	486	729		
32	48	72	108	162	243			
16	24	36	54	81				
8	12	18	27					
4	6	9						
2	3							
1								

Svingningstalletsidentiteter følger stadig lodrette linjer. Hermed får tonesystemets hele, l i g e tal deres pladser som produkter af 2^n og 3^n på diagonaler indenfor trekanten, der er dannet af den lodrette oktav-linje 2^n og duodecim-diagonalen 3^n:

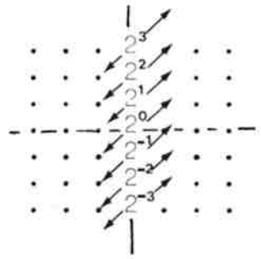


Denne trekant af hele svingningstal kan udvides til en principielt uendelig plan af tonesystemets svingningstal, idet der til alle stigende intervaller føjes faldende. Det svarer til, at der modsat

diagonalen af generatortal (3^n) med positive exponenter afstikkes en forlængelse med negative: (3^{-n})

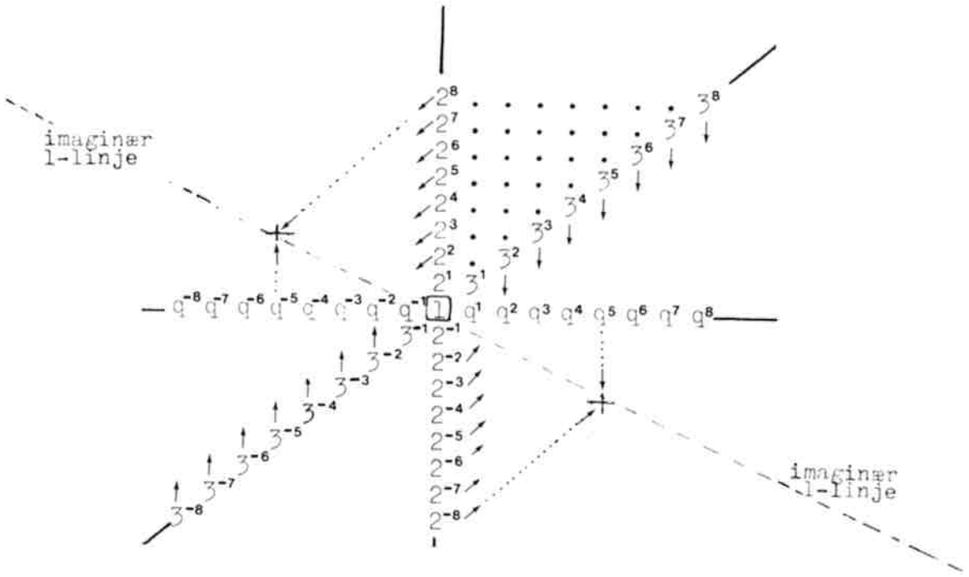


Det tilsvarende gælder $2^{n'te}$ linjen, der lodret nedad fører til 2^{-n}, således at alle produkter af 2^a og 3^z (hvor exponenterne a er det naturligt positivt eller negativt helt tal og z en række af positive og negative hele tal) befinder sig på diagonaler i planet:



På ex.s. 9 ses hovedlinjerne i planet, hvis lodrette linjer hver står for én kvalitet (tone) med dens identiteter, og hvis vandrette linje gennem skæringspunktet (sv/tal 1 = $2^0 \cdot 3^0$) danner en stigende/faldende kvintrække ($q^{+/-n}$). Således har den 1. kvint D - a svingningstallet $3^1 \cdot 2^{-2} = 3 \cdot \frac{1}{2} = 3:2$ eller 1,5, som er kvintens svingningstal q, hvorved kvintrækken i sig selv $q^{+/-n}$ er lig med $(3:2)^{+/-n}$ eller $1{,}5^{+/-n}$.

Nedenstående exempel viser, at bl.a. den 5. stigende kvint q^5 (♯C) er lig med $3^5 \cdot 2^{-5}$ (7,59375), medens den 5. faldende kvint $q^{-5} = 3^{-5} \cdot 2^5$ (0,131687...) Skal ♯C placeres lige under og ♭E lige over den centrale tone D (sv/tal 1), da må ♯C sænkes 3 oktaver (2^{-3}) og ♭E hæves 3 oktaver (2^3). Det giver produkterne $3^5 \cdot 2^{-8}$ (0,9492...) og $3^{-5} \cdot 2^8$ (♭E 1,05349...) Disse to, svingningstalsmæssigt reciproke toner er markeret med + i planen hhv under (♯C) og over (♭E) den stiplede linje, som i planen er den imaginære linje hvorover alle svingningstal er større end 1, medens de under linjen er mindre end 1:



En række exempl.(I/5,6,7,8) viser, hvordan denne kvantitative svingningstals plan kan illustrere tonale forhold grafisk.

ad. P, Ex.I,s.5. x)

De fire linjer kan kaldes planens hovedlinjer. Med D som centrum markerer den lodrette linje oktav-princippet. Den vandrette kvintrække har svingningstal stigende fra venstre til højre, og som pendant til duodecimens diagonal (3^2) står den til kvintrækken komplementære kvartrække, der modsat kvinten har stigende svingningstal fra højre mod venstre. x) Ex.I og II,refererer til exempelhæftets afd.I og II, og numrene til siderne.

For al tonal analyse er disse komplementære interval-rækker vigtige (kvintens/kvartens,her hvor generatortallet er 3). I visse tilfælde er det nemlig exponenter for kvintens svingningstal, der står for tonens tal-kvalitet (jfr. s. 15), når tonaliteten har én størrelse (her bl. a. 7 og 12-tonalitet), hvorimod det er kvartens exponenter med de i forhold til kvintens omvendte fortegn, der angiver tal-kvaliteten, når tonaliteten har andre størrelser (her bl.a. 3-, 5- og 17-tonalitet, ex. I. 5, I. 8.). Node-eksemplerne illustrerer yderligere, at rette linjer i planet repræsenterer rækker af ens intervaller med hhv duodecim-, oktav-, kvint- og kvart-linjer i ex. a), medens ex. b) viser hhv heltonerækken med exponenterne (kvaliteterne) ❻ ❹ ❷ 0 +2 +4 +6 og rækken af små tertser ❻ ❸ 0 +3 +6 i to hinanden krydsende intervallinjer. Disse to almindeligt tabellariske rækker - hhv 2- og 3-tabel, som kun har to- og tredelelige exponenter for generatortallet – viser dermed, at rækken kun kan komme til at repræsentere to- og tredelelige udsnit af samtlige mulige tonale kvaliteter. Ethvert sådant interval kan naturligvis, ligesom kvart og kvint, efter behov betragtes som intervallisk enhed med heltallige potenser af sit eget svingningstal.

ad I.6.:

Idet et vist antal på hinanden følgende kvaliteter, der danner sluttet tonalitet, f.ex. 7, som de kendes fra heptatonaliteten F C G D A E B... vælges blandt dem, der grupperer sig nærmest omkring den imaginære 1-linje (ex. a) kan de ikke sættes på en ret linje. Exemplet viser, hvordan den (diagonalt) faldende kvart F↘C efterfølges af den (vandret) stigende kvint C→G. Uanset hvor mange kvaliteter, der indgår i de tonale grupper, som koncentreres omkring 1-linjen (bl.a. 12 i ex.I.7,17 i ex.I.8) vil det her ikke være muligt i den således brudte linje at have mere end to på hinanden følgende intervaller (kvarter) i samme retning. En tredje kvart nedad ville overskride dét oktav-interval omkring 1-linjen, inden-

for hvilket det modsatte, opadgående kvintskridt ville befinde sig. Under svingningstallene for denne brud-linjes kvaliteter viser node-billedet de 7 kvaliteters placering omkring tonen D, og omgrupperings-mønstrets linjer peger derhen, hvor kvaliteterne skal placeres i skala-mæssig rækkefølge: A B C D E F G, som medfører den orden af tal-kvaliteter: +1 +3 -❷ 0 +2 -❸ -❶, der kan kaldes tonal--tabel, og hvis principper skal belyses nærmere s.6o.

Denne skala-linje kan forlænges opad og nedad med identiteter (oktaver) til de 7 toner, hvilket talplanen antyder med brudte stiplede linjer hhv oktav over og under de fuldt optrukne linjestykker. Det er derfor klart, at denne tonal-dannelse kan placeres vilkårligt højt (oktaver op) eller dybt (oktaver ned), og overalt forbliver den en heptatonal helhed indenfor rammerne F C G D A E B. For hvert svingningstal i skalaen ...g / A B C D E F G / a... er anført tonal-tabellens tal: ❶ +1 +3 -❷ 0 +2 -❸ -❶ +1 og mellem dem deres differencer: +2 +2 -5 +2 +2 -5 +2 +2, som samtidig er et nøjagtigt udtryk for de, som det ses t o forskellige intervaller mellem skala-tonerne: +2, heltonen, som oprindelig er dobbeltkvinten, sænket én oktav, og -5, det mindre af de to intervaller, den diatoniske halv-tone, der opstår af 5 faldende kvinter, hævet 3 oktaver (hhv. $1,5^{2}\cdot 2^{-1}$ og $1,5^{-5}\cdot 2^{3}$).

Klaviatur-analyse

Idet der nederst til hver skala-tone reserveres en klaviatur-tangent, ses det, at den plads til en overtangent, som den stiplede linje antyder, kendes fra et normalt klaviatur og forekommer netop dér, dels hvor differencen i frequentisk stigende retning er positiv (+2), dels hvor intervallerne mellem nabotoner i skalaen er størst. At der i skalaen kun forekommer to forskellige interval-størrelser mellem nabotoner fremgår altså af talkvaliteternes differencer, og dét er regel for enhver sluttet, tonal skaladannelse (se ex. I.7 & 8), uanset hvilket generator-interval (tal) der ligger til grund for tonesystemet.

En anden regel, uden undtagelse, knyttet hertil er den, som ytrer sig af det omvendte forhold, der existerer mellem tonaltabellens positive og negative difference-tal og det antal af store og små skalatrin, der forekommer i tonaliteten jfr. I/6:

5 store skala-trin har difference +2 - og omvendt:
2 små " " " difference -5

Det tilsvarende kan konstateres af ex. I/7 og I/8 hhv. 12- og 17-tonaliteterne; ad 12-tonalitet: I/7, 5 store skala-trin har diff. +7
7 små " " " diff. -5

ad 17-tonalitet: I/8. 12 store skala-trin har diff. +5
5 små " " " diff. -12

Heraf ses desuden, at det mindste skala-trin i både 7- og 12-tonaliteten er det samme (diatonisk halv-trin, diff. -5), hvorimod dette "halv-trin", som også forekommer i 17-tonaliteten, dér bliver fortegns-omvendt (+5), samtidig med at det i den sammenhæng bliver største skala-trin (ang. regel herfor, se side 15ff). Vigtigt i denne forbindelse er også, at summen af differencernes numeriske talværdier er lig med tonalitetens størrelse (2+5= 7, 5+7= 12, 5+12 = 17), og at det ene difference-tal - som det fremgår af denne tonale succession - er lig med den umiddelbart foregående tonalitet-størrelses tal, medens det andet difference-tal ihvertfald vil være at finde som størrelse på en anden af de foregående tonaliteter (mere herom side 18-20).

D i a - i n t e r v a l l e r , + og - (dia+/dia-):

Disse to skala-trin, karakteriseret ved differencen mellem skala-talkvaliteterne, kaldes i det følgende: d i a, intervaller, hhv d i a-plus (det s t o r e) "dia+" og d i a-minus (det l i l l e) "dia-" i den givne tonalitet. Det er åbenbart et kriterium for en sluttet tonalitet, at dens skala-dannelse rummer t o og netop t o forskellige skala-trin: dia-intervallerne, det positive og det negative.

ad. ex. I/7:

Selvom den heptatonale skala-dannelse kun rummer 7 kvaliteter (❸ ❷ ❶ 0 +1 +2 +3), der kan oktav-hæves og -sænkes principielt ad infinitum, kan den dog også rykkes til siderne: mod højre i ♯-retning mod venstre i ♭-retning. Det er velkendt som transposition af tonaliteten og bruges rent musikalsk som modulation. Exemplet viser en transposition tre kvinter i ♭-retning til Es-dur/c-mol og tre kvinter i ♯-retning til A-dur/fis-mol. Fastholdes kvaliteternes tal med D som nul, da har Es/c foruden 0 kun negative og A/fis kun positive kvaliteter. Men differencerne (dia+/dia-) og den rækkefølge der udgør deres mønster er i alle tilfælde ens; det er tonearternes indbyrdes relationer, der belyses af tonernes numerisk forskellige tal-kvaliteter i de forskellige tonearter. Principielt er derfor enhver heptatonal tonearts centrale tone (skalaens midterste, 4. tone) en nul-kvalitet, omgivet af hhv tre positive og tre negative kvaliteter. Det er vigtigt at holde dette princip fast, idet relationerne mellem tal-kvaliteternes fortegn (+ og -) har bogstavelig positiv og negativ virkning i særlige tonale sammenhænge (jfr. s.77 ff.tonale er-dom.

Kvaliteterne på fløjene hhv ♭A (❸) og ♯G (+6) har difference 12 og danner ved oktav-forlægning, det såkaldte pythagoræiske komma ($3^{12}\cdot 2^{-19}$, el. $1{,}5^{12}\cdot 2^{-7}$) jfr. "Intervaller"s.8. Heraf ses tydeligt den tonale svingningstals-plans egenart: at planen - som følge af sin hele opbygning - ikke er kontinuert, og at de diskrete punkter, som kan ligge langt fra hinanden i planen, samtidig - som svingningstal f.ex. tæt omkring den imaginære 1-linje - kan være hinanden meget nær. Det er dybt karakteristisk for hele det tonale begreb, gældende for ethvert tonesystem (generator-tal), at jo tættere tonerne (kvaliteterne) ligger hinanden kvantitativt (svingningstals-mæssigt), desto fjernere kan de stå fra hinanden kvalitativt (difference-størrelse). Det uendeligt nære skala-interval i et tonesystem, opstår derfor mellem kvaliteter, der er uendeligt fjernt fra hinanden.

En følge af det tonalt fundamentale identitets-princip (oktav-fænomenet) er da, at uanset hvor lille et generator-interval måtte være, frembringer det altid (dia)intervaller, der kan blive uendeligt mange gange mindre i kraft af et uendeligt multiplum af samme generator-interval.

Det er dette ejendommelige tonalitets-fænomen, der anes allerede med frembringelsen af det pythagoræiske komma (diff. 12) f.ex. ♯G/♭A (-6/+6). Dersom ♯G (eller ♭A) som kvalitet udelades af de to dobbelttonearters (Es/c, A/fis) kvaliteter, dannes den 12-tonale (kromatiske) skala. Som beskrevet side 12 står dia-intervallernes differencer (+7, -5) i et karakteristisk omvendt forhold til hinanden, som fortæller, at der er 5 (store) dia-plus intervaller med differencen +7, og det indicerer, at der imellem 12 klaviatur-tangenter - én til hver af tonalitetens kvaliteter - er plads til 5 nye toner (tangenter) jfr.I/7,d. Deraf følger at en ny tonalitet, dannet af generator-intervallerne (kvart/kvint), må være en 17-tonalitet (jfr. ex. I/8, I/11.)

Disse forhold antyder en tonaliteternes expansion indenfor ét og samme tonesystem (her generator-tal 3), som er karakteristisk for al ordnet tonalitets-dannelse, og hvis forløb frem til en 29-tonalitet ses af analyserne I/9,10,11. - se desuden side 18 : Tonal-suite. Det fænomen har direkte relation til tonalitets-forhold, der fra vort århundrede kan spores musikalsk tilbage til de ældste tiders tri- og penta-tonaliteter.

Lad det være kriterium for en sluttet tonalitet indenfor ét tone-system med kun ét komplementært generator-intervalpar, at dens skala-dannelse rummer dia-intervaller dia-plus og dia-minus og kun dem.

Da er det udelukket, at der kan forekomme sluttede tonaliteter imellem hepta- og dodeca-tonaliteten (7 og 12). Af det netop viste fremgår nemlig, at hver ny kvint, føjet til en række af 7 kvinttoner, indlemmes successive imellem 7-skalaens dia-plus interval-toner,(I/6) hvorved den ene difference (+2), f.ex. F . G ophæves og erstat-

tal-kvalitet: ❸ +2 ❶
difference:

tes af en ny positiv difference (+7) og tilføjelse af yderligere en dia-minus (-5), idet f.ex. ♯F (+4) indføjes mellem F og G:

tal-kvalitet:	+1	+3	❷	0	+2	❸	+4	❶	+1		
tonenavne:	A	B	C	D	E	F	♯F	G	/ ...a		
differencer:	+2	-5	+2	+2	-5	+7	-5	+2			

Differencen, der opstår mellem differencerne: (12) vil opstå, og-så, hvor 7-tonalitetens øvrige dia-plus udfyldes af hhv. tonerne: ♯C, ♭D, ♭E og ♭A (eller ♯G). Det peger direkte på, at næste tonale gruppe må være en 12-tonalitet, (jfr. I/16).

Når det derfor konstateres (s. 2) at det heptatonale tonekøn m o l, med sine melodiske skalakvaliteter, med dur-variantakkorderne eller neapolitaner-vendingens sænkede 2. mol-skalatrin rummer op til 11 kvaliteter i sit tonale materiale, da drejer det sig ikke om sluttede 8- 9- eller 10-tonaliteter. Snarere må det betragtes som udslag af dén tonale expansions-tendens, især komponisterne har anet, hvorfor de mere og mere har stræbt efter at anvende de midler og muligheder, som især mol-tonekønnet har givet for at flytte grænserne fra den strengt sluttede heptatonalitet til en ny eller nye sluttede tonaliteter.*)

F O R T E G N S O M V E N D I N G.

ad. I/8:

Konsekvensen af, at 12-tonaliteten har 5 dia-plus intervaller (+7) er som nævnt dannelsen af en 17-tonalitet (12+5). Ex I/8 viser, at skala-dannelsen som sit dia-plus interval har det diatoniske halvtrin, som var dia-minus både i hepta- (7) og dodeca-tonalitet (12), f.ex. D-Es, F-Ges, Ais-H og andre. Det medfører, som konsekvens af, at det store skala-interval er defineret som dia-plus med positiv difference mellem skala-tonernes tal-kvaliteter, at det diatoniske

*) Det tilhører en anden sammenhæng at gøre rede for, at især sen romantisk musik med dens hyppigt anvendte kromatik og enharmoniske omtydning (at udskifte f.ex. dis med es, ges med fis etc.) har følere langt ud i større tonaliteter end 12-tonaliteten, nemlig både 17- og 29 tonalitet, jfr. ex. I/11

halvtrin her må have den positive difference +5. Denne fortegnsomvending for tidligere tonaliteters tal-kvaliteter forekommer ganske regelret, nemlig hver gang det lille dia-interval (dia-minus) fra en tidligere tonalitet skifter rolle og bliver stort dia-interval (dia-plus) i en ny tonalitet.*) Denne fortegnsomvending har igen relation til de komplementære generator-tals exponenter, som netop er omvendte for én og samme tone-kvalitet. Det fremgår bl.a. af de komplementære kvint- og kvartrækker i ex. I/5,16 og 24.

exponenter for stigende kvint (3:2)...		❸	❷	❶	0	+1	+2	+3...
tone-kvaliteter:	...	F	C	G	D	A	E	B...
exponenter for faldende kvart (4:3)...		+3	+2	+1	0	❶	❷	❸...

Derfor må kvinten være egentligt generator-interval f.ex. for

7- og 12-tonaliteterne, hvor f.ex. skalatrinet E - F er dia-minus
med tal-kvaliteterne +2 ❸
og differencen -5 medens

17-tonaliteten må have kvarten som egentlig generator-interval, og hvor derfor skaltrinet E - F er dia-plus
med tal-kvaliteterne ❷ +3
og differencen +5

Det er derfor, kvart-linjen er trukket op i ex. I/8 og kvaliteternes placering tættest muligt omkring den imaginære 1-linje i planen er understreget som oktav-hævninger og -sænkninger neton fra kvart-linjen. Det fremgår også af svingningstallenes ligninger $(4:3)^z \cdot 2^z$. Som nævnt side 13 må tal-kvaliteternes fortegn anses at have bogstavelig positivt og negativt virkende kraft i særlige tonale sammenhænge, også derfor er det vigtigt at fastslå kvaliteternes rette fortegn (mere derom side 77 ff).

Men i og med at det er konstateret, at dia-plus har difference +5, giver det sig selv, at dia-minus må have differencen -12, idet summen af dia-intervallernes numeriske difference-værdier , her 12+5, er lig med tonalitetens størrelse , her 17. Ydermere fremgår det af det førnævnte omvendte forhold mellem differencernes tal og dia-intervallernes antal, at der må være 12 dia-plus intervaller i 17-tonalitetens skala-dannelse, når dia-minus er -12.

*) jfr. oversigterne TONALE SPITER, ex. II/3,4.....

Når disse 12 dia-plus intervaller fyldes ud af nye kvaliteter, må deraf opstå en 29-tonalitet: de 17, suppleret med nye 12. Hvad næste tonalitets-størrelse bliver efter 29 kan først fastslås, når det er konstateret, hvilken difference dia,plus intervallet har i 29-tonalitetens skala-dannelse.

Om dia-intervallerne disse karakteristika:

ad d i a-plus (dia+) :

- dia-plus intervaller af én bestemt størrelse kan kun forekomme i én tonalitet i den følge af tonaliteter, der opstår på baggrund af ét komplementært generator-intervalpar.

ad d i a-minus:

dia-minus intervaller af en given størrelse kan derimod forekomme i flere på hinanden følgende i en suite af tonaliteter, idet det netop er dia-minus intervaller, hvormed dia-plus bliver gjort mindre, så ny tonalitet opstår.

Dette expanderende tonalitets-fænomen kaldes i det følgende t o n a l - s u i t e.

TONALE SUITER

Det er således intervalforskellen mellem /dia+/ og /dia-/, der udgør det nye /dia-/interval i den på en given tonalitet nærmest følgende større tonalitet i den tonale suite. Dermed ses det, at det er a n t a l l e t af en given tonalitets /dia+/intervaller, der er bestemmende for tilvæksten til enhver tonalitet i suiten. Det er foreløbig vist med /7/,/12/, /17/ og /29/tonalitet i den tonalsuite, der i det følgende bliver kaldt *Kvart/-kvint-suiten.* De tilvækster, altså spring fra tonalitet til tonalitet, som danner suitens forløb kan udledes af en tonalitets karakteristiske tal T og d, hvor T er tonalitets-størrelsens tal og d er lig med den numeriske differenceværdi for den givne tonalitets /dia-/interval. Tilvæksten er nemlig differencen T-d, idet den nye tonalitets-størrelse i suiten er lig med T+d.

Dette er en konsekvens af den r e g e l (s.12), der fastslår, at a n t a l l e t af /dia+/intervaller er lig med den numeriske difference for samme tonalitets /dia-/interval. Af /dia/intervallerne, hvoraf det ene a l t i d har differenceværdi lig med foregående tonalitets-størrelses tal, forekommer /dia-/ a l t i d i tonalsuitens n æ s t e tonalitet. I /29/tonaliteten f.ex. må 12 være én af /dia/difference-værdierne, idet den foregående /17/tonalitets /dia-/difference er lig med -12, og da må i /29/tonaliteten differenceværdien for det andet /dia/interval være 17. En af dia-differencerne i 29-tonaliteten, og da må 17 være den anden. Men heraf kan ikke umiddelbart ses, hvilken difference der er positiv, og hvilken der er negativ, det må konstateres ved almindelig (kvantitativ) udregning. Men princippet viser, at dersom dia-differencerne er +12 og -17, da vil næste tonalitet være en 46-tonalitet (29+17=46, idet der da må forekommer 17 store dia-intervaller med differencen +12). Hvis dia-fortegnene er omvendt (-12 og +17), da er næste tonalitet en 41-tonalitet (29+12=41, eftersom 29-tonalitetens skala-dannelse da må rumme 12 store dia-intervaller med differencen +17). Således kan der principielt opstilles to alternativer for den mulige udvikling af en tonal-suite fra en given tonalitets-størrelse (jfr. I/12, 17)

Hvad der foreløbig er erfaret om forløbet af fire tonaliteter i en tonal-suite kan stilles op på følgende måde:

tonalitet: ↓	dia-intervallers differencer: ↓	
29	17,	12
17	12,	5
12	7,	5
7	5,	2

Pilene viser, hvad der er en regel for alle tonal-suiter, at den numerisk største difference i en given tonalitet er lig med stør-

relsen af den foregående tonalitet, medens den numerisk mindste

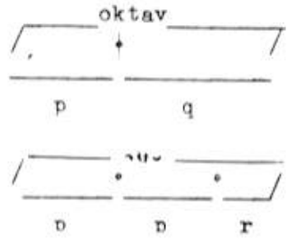
difference forekommer som difference i samme foregående tonalitet.

Derfor kan med sikkerhed en tonal-suite og dermed denne kvart/kvint--suite føres tilbage til sit udspring: *)

tonalitet:	dia-intervallers differencer:		
	---	---	---
	12	7,	5
	7	5,	2
	5	3,	2
generelt for tonale suiter	3	2,	1 = 2 gange det mindste af de komplementære generator-intervaller
	2	1,	1 = de komplementære generator-intervaller
	1	?	? = den tomme oktav

Alle tonal-suiter kan principielt føres til et udspring i en tri-tonalitet, eftersom det mindste interval i et komplementært generator-intervalpar (p^1) altid kan bringes i forlængelse af sig selv mindst 2 gange uden at overskride en oktav, og dermed efterlade et interval op til oktaven, som enten er større end dette mindste af de komplementære intervaller, eller det er mindre,

f.ex.:



= komplementære generator-intervaller
p = mindste (=dia-minus)
q = største (=dia-plus)

= tri-tonalitet
p = største (dia-plus)
r = (nyt) mindste (dia-minus)
må expandere til 5-tonalitet på grund af sine 2 dia-plus

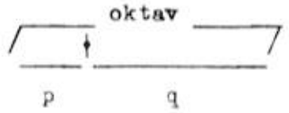
Hvis derimod mindste komplementær-interval er mindre end en 3.del af oktaven, da kan det ihvertfald forekomme tre gange uden at overskride oktaven , jfr. 4) i exemplet næste side.

*) Andre analyse-detailjer af kvart/kvint-tonalsuiten jfr.ex. I/12,13, og"Tonale Suiter" ex. II/3,4.....

ex:

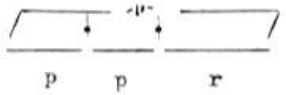
tonalitet:

2)



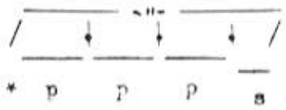
= komplementære generator-intervaller:
p = mindste (dia-minus)
q = største (dia-plus)

3)



p = mindste (dia-minus)
r = (nyt) største (dia-plus)
må expandere til 4-tonalitet på grund af kun ét dia-plus

4)



p = største (dia-plus)
s = (nyt) mindste (dia-minus)
på grund af 3(store)dia-plus
må den expandere fra 4 til 7-tonalitet (NB: det er en anden heptatonalitet end den musikalsk kendte, med kvint (3:2) som generator.

* p kunne f.ex. være naturtertsen, idet tre på hinanden følgende tertser er mindre end én oktav (jfr. Intervaller s.27): $(5:2^2)^3$ = 1,953125; rest-intervallet 1,024 er en diésis =s, nyt dia-minus. (jfr.s.96, .og 108)

ad ex. I/12,13:

Dersom muligheden for at være positiv lades stå åben for begge dia-differencerne, da kan enhver ny tonal-størrelse udvide sig ad to veje. Hele dette universelle tonal-suite begreb kan da illustreres som ex.I/12 viser med en forgrening af tonaliteterne (suiterne), hvis expansions-forløb er såre velkendt, idet de 2 muligheder for vækst giver fordoblet tonalitets-antal for hvert trin i udviklingen, altså oktavens exponentielle princip 2^n. I dette $2^{n'te}$ mønster kan kvart/kvints tonal-suite følges som vist med dobbeltstreger i ex.I/12 ad forgreningen 3, 5, 7, 12, 17....

Tonal-suitens forløb (delvist analyseret i ex.I/9,10,11) vises her et stykke vej videre uden nærmere dokumentation:

tonalitet:	dia-intervallers differencer:	
3	-2	+1
5	+3	-2
7	-5	+2
12	+7	-5
17	-12	+5
29	+17	-12

(fortsat)

tonalitet:	dia-intervallers differencer:	

41	+29	-12
53	-41	+12
94	-53	+41
147	+94	-53
200	+147	-53
253	+200	-53
e t c.....		

ad. ex.I/13:

Placering og antal af dia-plus intervaller er bestemmende for, hvor i en klaviatur-analyse overtangenter kan indføjes. Derfor kan disse tonal-suiters forgreninger også illustreres med klaviaturer, der parvist forholder sig komplementært til hinanden, jfr. ex.I/13. Det medfører f.ex. for 12-tonaliteters klaviaturer med hver 12 undertangenter og med dia-differencer hhv +5, -7, resp. +7, -5, at det ene klaviatur åbner for 5, det andet for 7 overtangenter. Det komplementære viser sig i, at hvor der imellem det ene klaviaturs undertangenter ikke kan placeres overtangenter, dér findes de i det andet klaviatur. Antallet af overtangenter svarer altid til en tonal-størrelse, som er forekommet tidligere i suiten (svarende til størrelsen af det numerisk mindste af dia-intervallerne). Det er såre velkendt for den musikalske heptatonalitets klaviatur, hvis antal og intervalliske disposition af overtangenter har påfaldende lighed i klangbillede med den forudgående pentatonalitet. Lad derfor disse klaviatur-tonaliteter være kaldt komplementære tonaliteter (jfr. komplementære intervaller), hvoraf undertangenternes sædvanligvis er den primære, overtangenternes den sekundære.

Selvom sådanne klaviaturer i disse begrænsede størrelser ville kunne fremstilles til praktisk brug, er de her og i det følgende at betragte som analyse-middel. Klaviaturerne giver klare visuelle ind-tryk af de tonale strukturer, dvs af fordelingen af tonaliteternes dia'intervaller. I denne forbindelse er det nærliggende at understrege, at klaviaturstrukturen, som den kendes i musikkens tangent-instrumenter, derfor har udviklet sig så karakteristisk i kraft af den direkte forbindelse med den t o n a l e s u i t e med kvart/kvint som generator-interval.

S t a m t o n e r - et begreb

I denne sammenhæng må det kunne skønnes, at navnene for heptatonalitetens 7 kvaliteter i skalaorden med stamtonerne A B C D E F G... ikke alene mister betydning, men nærmest bliver misvisende, jo større tonaliteterne bliver. Det ses af ex. I/8 med 17 tonalitetens skaladannelse, angivet med noder/ex.c og dertil hørende tonenavne/ex.d. Den svingningstalsmæssigt successivt stigende tonerække, ligner en bølgelinje, fordi ♭-toner står højere i nodebilledet end deres såkaldt enharmoniske ♯-toner, uagtet ♭-tonernes svingningstal her er lavere. Endnu mere misvisende er 7-tonalitetens nodebillede-midler til illustration af 29-tonalitetens skala-dannelse. I ex. I/17 ses, at tre i nodebilledet faldende noder (f.ex. ♭♭B.A.♯♯G.) reelt repræsenterer tre toner med successivt stigende svingningstal. Den teoretiske konsekvens heraf måtte være - hvad også klaviatur-analyserne direkte viser hen til med rækken af undertangenter - at enhver skala-dannelse fik sine stamnavne (d.v.s. stamtoner) knyttet netop til klaviatur-analysens undertangenter. Derved vil overtangenterne på ny få deres funktion som de egentlige ♯/♭-toner, der gør modulatorisk bevægelse (transposition) mulig for den givne tonalitets tonearter.

Det vil være formålstjenligt at tage konsekvensen heraf og udnævne en tonalitets principielt dia-toniske*) skala-toner til stamtoner ved at individualisere dem med bogstav-navn, så langt alfabetet rækker. Den procedure vil røbe karakteristiske træk ved tonaliteternes strukturer.

*) dia-tonisk - en følge (skala) af såkaldte hel- og halvtrin nævnes i reglen som modsætning til kromatisk (lutter halv-trin), men da alle en tonal-suites skaladannelser rummer netop to skala-trinstørrelser - dia-plus og dia-minus - er disse skalaer principielt dia-toniske. I denne forbindelse er "kromatik" enhver tonalitets skalatrin fra undertangenter til overtangenter (♯/♭-toner - lån fra større tonalitet).

Da hele alfabetet netop rækker til 29-tonalitetens stamtoner, må bogstav-navnene genbruges i de mindre tonaliteter. Derved kan de samme bogstaver komme til at repræsentere forskellige toner, hvad der dog godt kan ses bort fra her, hvor det gælder en illustration af selve stamtone-princippet. I ex. I/18) er de valgte bogstavkvaliteter for fem skala-dannelser foruden den almindeligt kendte stamtonerække fra heptatonaliteten stillet under hinanden, sådan at identiske toner med forskellige navne i de forskellige tonal-størrelser står i samme lodrette række. Således ses det, at den almindelige heptatonale stamtone A får de fem andre bogstavnavne - P, V, J, M, C i fem forskellige tonaliteter, etc. For 17-tonaliteten er stamtonerne, her valgt fra L... til ...K, noteret med omvendte bogstav-navne for ikke at ligne den ovenstående 29- og nedenstående 12-tonalitets stamtoner for meget. Svingningstallene er exakte for alle tonaliteter ligesom talkvaliteternes numeriske værdier, der med deres fortegn imidlertid følger 29-tonaliteten, der har kvart ($2^2:3$) som primært generator-interval. Derfor bliver tallenes fortegn omvendt som kvaliteter for 7- og 12-tonalitet, hvis primære generator-interval er kvint (3:2).
I ex. I/18 b) er stamnavnene omgrupperet til respektive faldende kvart- og stigende kvintrækker, hvis fortsættelser i hhv ♯- og ♭-retninger er givet med små bogstaver og med så mange ♯/♭ for de valgte stamtonenavne, som der findes overtangenter (♯/♭-toner) i den givne tonalitets klaviatur. Også i ex. b) er toner, stående lodret for hinanden identiske, her dog uden mellemrum mellem kvaliteterne som i skala-dannelserne i ex. a), idet ex. b) er kvart/kvint-rækker med samme interval-størrelser, hvad rækken af exponenter (nederst) viser.
Det er værd her at bemærke, at f.ex. ♯p og ♭r i tri-tonaliteten er lig med pentatonalitetens stamtoner hhv X og Z, medens disse to stamtoners kromatiske ændringer til ♯z og ♭x er lig med heptatonalitetens stamtoner hhv F og B, og sådan fremdeles.

Disse kvart/kvint-rækker kan principielt føres ad infinitum ved successiv forøgelse af ♯'er og ♭'er, hver gang rækkens bogstaver gentages i hhv ♯- og ♭-retning. Disse retninger er - som vist i relation til 17-tonaliteten, ex. I/8, - betinget af, hvilket af de komplementære generator-intervaller, der er det primære for en given tonalitet. Derfor skifter retningerne, som ex. I/18 b) viser. Det tydeliggøres karakteristisk af de alfabetisk ordnede stamtonerækker, idet de knyttes til et klaviaturs undertangenter. Derved bliver overtangenterne (så mange, som der er dia-plus intervaller i stamtonerækken) som tidligere nævnt bogstavelige ♯/♭-toner for stamtonerne, ganske som det er kendt fra 7-tonalitetens 12-tone-klaviatur.

At kvarten ($2^2:3$) så afgjort er generator-interval for visse og kvinten (3:2) for andre af tonal-suitens tonaliteter bliver evident også ud fra stamtone-forhold: Lad de musikalske ♯/♭ fortegnsvirkninger, altså deres retningshenvisning for stamtoner være kriterium for, hvilket af de komplementære intervaller, der er primær generator for en given tonalitet, idet der for alle suite-tonaliteter gøres gældende, at det musikalske fortegn ♯ h æ v e r en stamtone og ♭ s æ n k e r en stamtone principielt til de respektive nabo-overtangenter *).

*) På tempererede klaviaturer f.ex. kan som bekendt ♯ og ♭-toner føre til andre stamtone-tangenter - f.ex. ♯E (Fis-dur), der tages med F-tangenten eller ♭C (Ges-dur), hvortil B-tangenten bruges. Dette er uden egentlig betydning, når udvidelserne i en tonal-suite betragtes som et sammenhængende hele. Behov for et større materiale end det, klaviaturets komplementær-tonaliteter rummer, betyder i realiteten, at en af tonal-suitens større tonaliteter skal anvendes. Sådanne større (stam)tonaliteters billeder gives af de adækvate klaviaturers komplementære tonaliteter (under- og overtangenter), og da der altid er færre over- end undertangenter (stamtoner), kan der i denne sammenhæng ikke forekomme så mange ♯/♭-toner, som der er stamtoner, og derfor er ♭♭- og ×-toner kun af teoretisk, ikke praktisk betydning i denne forbindelse (jfr. s. 146 ff).

De forskellige klaviaturer for kvart/kvint-suitens tonaliteter (ex. I/15,17) viser, hvordan overtangenterne ganske nøje optræder som stamtonernes ♯/♭-toner, uanset hvilke fortegns- eller stamtoner disse overtangenter måtte svare til i tonal-suitens mindre eller større tonaliteter. Et par enkle exempler i det følgende vil vise, hvor betydningsfuldt det er, at fastslå, hvilket af de komplementære generator-intervaller, der er fortegnsdannende og dermed primært for en given tonalitet.

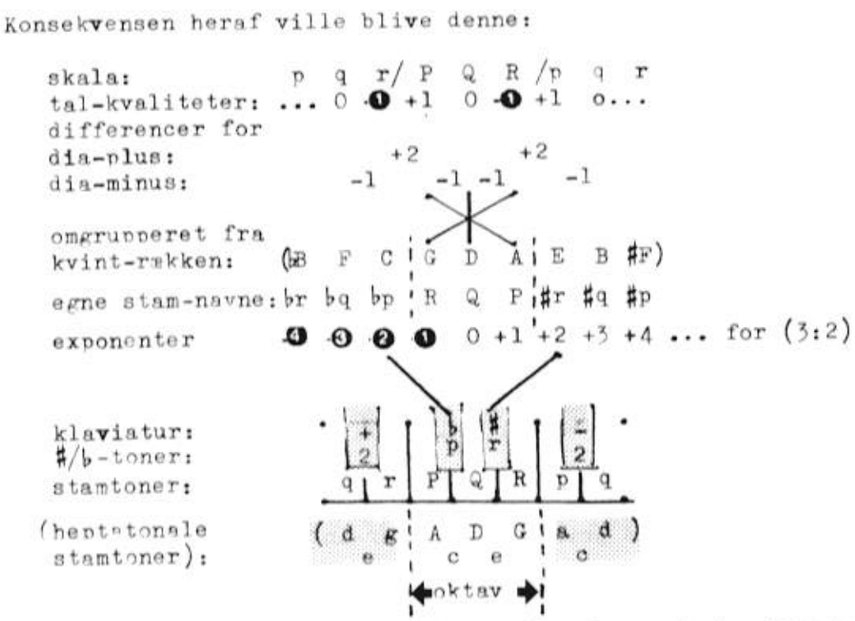
ad. Tri-tonalitet - ex. I/15:

Tonalitets-udviklingens kim, tri-tonaliteten, består skalamæssigt blot af to gange det mindste af de komplementære generator-intervaller Den har derfor kvarten (2^2:3), faldende, og ikke kvinten (3:2), stigende, som primær generator. Det kan være praktisk her at anvende stamnavnene P Q R / p q r....etc. i stigende skalafølge, altså tonerne A D G / a d g.... som de kendes fra heptatonale stamnavne. Da skalaen er afledt af faldende kvart, medfører det, at generator-intervalfølgen bliver R Q P med de i exemplet viste tal-kvaliteter. Der forekommer to dia-plus differencer (+1), derfor må klaviaturet også have to overtangenter, der hentes med generator-interval-rækkens ♭r (-2, kendt som heptatonal stamtone E) og ♯p (+2, kendt som tonen C). Det vil sige, at tri-tonaliteten i sit klaviatur har to transpositions-muligheder:

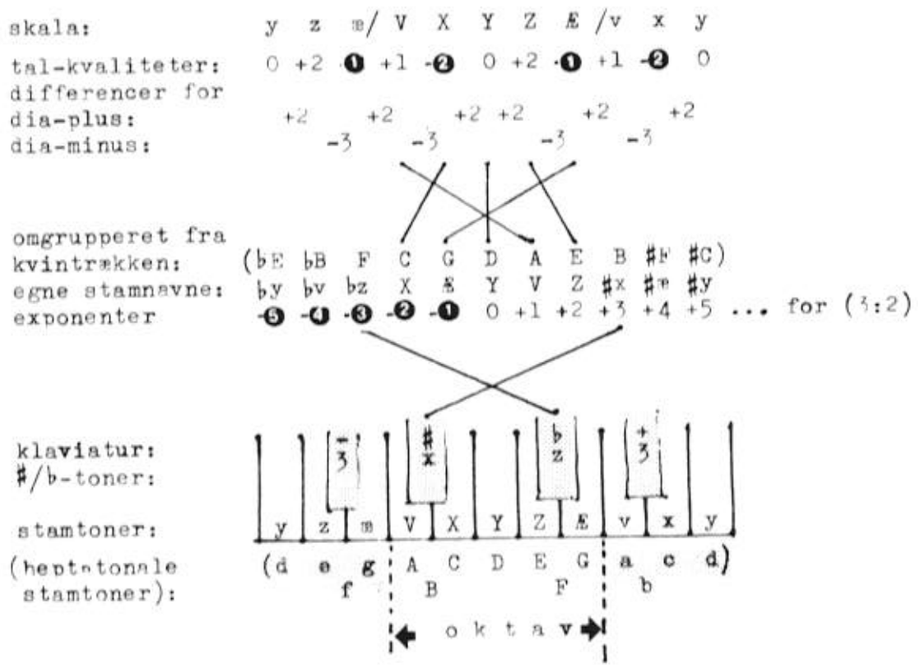
	Q	R	♯P / q	r	♯p...og	♭R	P	Q / ♭r	p	q....
eller tonerne:	D	G	C / d	g	c..	E	A	D / e	a	d...

Dersom tri-tonaliteten med de samme stamnavne (P Q R) havde haft (stigende) kvint (3:2) som primært generator-interval, ville tal-kvaliteternes og dermed de musikalske fortegn have været omvendte.

Konsekvensen heraf ville blive denne:



Tilsvarende fortegnsforhold ville gælde for pentatonaliteten med dens stamnavne: ....V X Y Z £ ..., hvis også den fik (stigende) kvint som primært generator-interval med denne konsekvens:



I disse primært kvintdannede tri- og pentatonaliteter måtte da det forhold accepteres, at ♯ for en stamtone s æ n k e r denne, medens ♭ h æ v e r den til nærmeste overtangent, hvilket er i modstrid med velkendt (hepta- og dodecatonal) musik-praksis, hvoraf netop ♯/♭-begrebet er opstået. Dette upraktiske forhold indfinder sig imidlertid ikke, når det respekteres, at de komplementære generator-intervaller for givne tonaliteter i en tonal-suite hver kan optræde som primære. Det vil sige, at de bliver tal-kvalitetsdannende og dermed retningsgivende for hhv ♯ og ♭ i overensstemmelse med positive og negative exponenter for det primære generator-intervals svingningstal. Her er det størrelsen af en tonalitets dia-intervaller, der - - er afgørende, idet det største af dem sættes lig med dia-plus, der har positiv difference mellem tal-kvaliteterne. I de viste exempler på kvint-dannede tri- og pentatonaliteter, følger det af den omvendte bevægelsesretning for skala-dannelsens ♯- og ♭-toner, at det store dia-intervals difference også er blevet fortegnsomvendt. Således er dia-minus (i tri-tonalitet -1 og i pentatonalitet -3)blevet det store dia-interval.

Samme forhold kunne naturligvis exemplificeres med tonaliteter fra en vilkårligt valgt tonal-suite, og derfor kunne det også vises med tonaliteterne 12 (kvint-dannet), 17 og 29 (kvart-dannede), dersom der blev byttet om på de nævnte generator-intervaller, hhv kvint og kvart. I ex. I/16.17. er kvart/kvint-suitens 12-, 17- og 29-tonaliteter analyseret efter normal procedure, visende hver med sin stamtonerække, hvor selvfølgeligt ♯/♭-tonerne med de rette navne falder på.plads med overtangenterne mellem de respektive dia-plus intervaller.

Naturligvis kunne overtangenterne repræsentere lutter ♯-dannede toner eller udelukkende ♭-toner, de kan, ifølge sagens natur, blot ikke i antal overskride differencen mellem (stam)tonalitetens størrelse og den umiddelbart følgende større suite-tonalitet. Når der i alle tilfælde vælges lige mange fortegnstoner fra ♯- og ♭-retning (eller kun ét mere af et af fortegnene, når overtangenternes antal er ulige) sker det bl.a. af symmetriske grunde og dermed ud fra den musikalske overvejelse, at en stam-toneart skal kunne have lige gode muligheder for transpositioner i hhv ♯- og ♭-retning.

Hvor skalaernes tal-kvaliteter på overtangenternes (♯/♭-tonernes) pladser givet et nyt ciffer, der i alle tilfælde (på nær ét: når tonaliteten er l i g e) er numerisk større end tonal-tabellens øvrige tal, dér viser toners stam-navne og fortegnsændringer af samme stamtoner hen til særlige relationer x) mellem sådanne toner. Det er netop på baggrund af skalatonernes stam-navne og ved at fastholde retnings-princippet for virkningen af de musikalske fortegn ♯/♭, at det bliver indlysende, hvorfor de komplementære generator-intervaller hver kan optræde med egenskab af at være det primære for dannelsen af en tonalitet og bestemmelse af dens fortegns-toner.

x) Det er værd at erindre, at det netop må have været fornemmelsen af en sådan særlig relation, der fik middelalderens teoretikere til at operere med to typer af tonen B: ♭-rotundum og ♮-quadratum, jfr. side 2. Derved skabtes fortegnsbegrebet ♭ og ♮ det sænkende og det hævende.

Stamtone-navne for en tonalitets skalamateriale har den umiddelbare fordel at kunne illustrere tonaliteters transpositionsprincip ved anvendelse af de musikalske fortegn. Det er således principielt muligt at operere med ialt 12 faste fortegn f.ex. for 17- og 29-tonalitet - jfr. ex. I/16,17, hvorimod både 12- og 7-tonalitet principielt kun har 5 transpositions-muligheder hver, medens 5- og 3-tonalitet hver har to muligheder *)

Med hepta-tonalitetens nodesystem, som har kunnet overlevere mange århundreders tonekunst, kan enhver tone i kvart/kvint--suiten exemplificeres, blot der anvendes tilstrækkeligt mange musikalske fortegn. Det er før bemærket, hvor upraktisk og misvisende det kan være at benytte det heptatonale nodesystem til illustration af større tonaliteters skalamateriale. Det ses igen evident i 29-tonalitetens skala (ex. I/17,J), hvori tre i realiteten successivt stigende toner (f.ex. ♭♭B A ×G) repræsenteres af tre nedadgående (fortegnspåvirkede) nodehoveder. I samme exempel (I/17,G) er den 29-diatoniske skala indtegnet i et 5-linjet nodesystem med jævnt stigende punkter.

Princippet for et nodelinjesystems relation til en tonalitet er, at dens "dia-toniske" skala-materiale sættes på linjer og mellemrum i tur og orden. Det kan ikke - som i tonal-tabellen - <u>ses</u>, hvor i en sådan diatonisk linje de større og mindre dia--intervaller findes, <u>det må læres</u>.

---

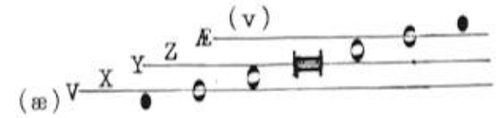
*) Selvfølgelig kan alle tonaliteter teoretisk transponeres vilkårligt langt ud i enten ♯- eller ♭-retning. Begrænsningen her sigter til det forhold, at dersom der indenfor samme helhed (musikalsk f.eks. et melodiforløb eller vidtgående men forbundne harmoniske kadencer) kræves flere fortegnstoner end tonalitetens klaviatur rummer, da er der i realiteten tale om bevægelser ud i en større tonalitet i suiten. Her er igen tale om relative bevægelser, nemlig bevægelser i forhold til en given grundtoneart, som i musikalsk praksis kan have flere faste fortegn. At sådanne bevægelser kan gennemføres på tempererede klaviaturer (i.e. 12-tempererings) har andre årsager end tonale, f.ex. tonepsykologiske, ørets tolerance, "Zurechthören" o.s.v., jfr. ex. I/19.

N O D E S Y S T E M E R.

Medens det er ret vanskeligt at følge konstruktionen af et nodelinje-system, der for større tonaliteter måtte være større end 5-linjesystemet, er det derimod forholdsvis enkelt at undersøge, hvordan et mindre nodesystem fungerer for en mindre tonalitet som den pentatone. Det kan igen kaste lys over egenskaber, der er karakteristiske ikke alene for de to tonaliteter den pentatone og den heptatone- men i det hele taget for tonaliteter, hvis primære generator-intervaller er komplementære.

Til et pentatonalt nodelinje-system er 3 linjer velegnede, og de virker også tilpas forskellige fra det heptatonalt 5-linjede.

ex:

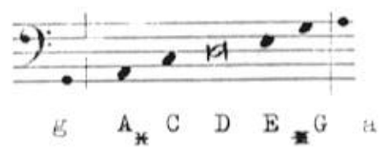


(jfr. ...g / A C D E G / a...)

tonal-tabel: +1 / ❶ +2 0 ❷ +1 / ❶
dia-plus: +3 +3

Analogt det heptatone 5-linjesystems 7-skala kan det i nodebilledet <u>ikke ses</u> umiddelbart, hvor skalaens dia-plus intervaller er. Det fremgår af tonal-tabellen med differencen +3, dér hvor der i det pentatonale stamtone-klaviatur kan indskydes overtangenter (ex.I/15). Den samme pentatone skala, noteret i det heptatone 5-linjesystem må springe notations-steder over, hhv. 2. og 4. linje, tonerne B og F, netop dem, der er overtangenter i det pentatone klaviatur (jfr.I/22):

ex:



Her er den pentatonale skala blot en del-mængde af de 7 heptatonale elementer. I ex. I/21$_b$ viser kvart/kvint-følgen af toner hvordan ♭X og dermed de følgende pentatone ♭-toner begynder ved det heptatonale B, medens ♯Z og ♯-tonerne indtræder i 7-tonalitetens ♭-retning ved tonen F. I sit eget klaviatur - som ex. I/21$_a$ viser - kan den pentatonale skala derfor transponeres to gange, hhv. til fast ♭ for X (jfr. tonen B) og ♯ for Z (jfr. F). Principielt kan flere ♯/♭-toner inddrages fra kvart/kvint-rækken for at gøre yderligere transpositioner mulige. I ex. I/21$_c$ vises pentatone skalaer med 2 faste fortegn, hhv ♯Z, ♯V og ♭X, ♭Æ, hvoraf de sidst tilkomne svarer til 7-tonalitetens første fortegnstone ♯F (=♭Æ) og ♭B (=♯V). Men til sådanne transpositioner er det pentatonale stamtone-klaviatur ikke tilstrækkeligt omfattende, idet disse nye toner ikke findes på det. Hvor disse toner måtte kræves anvendt i sammenhæng med pentatonale stamtoner i en musikalsk praksis *), ville der i virkeligheden være tale om, at tonaliteten var udvidet. I så fald måtte der til tonal analyse behøves det heptatonale 12-toneklaviatur.

T e m p e r e r e t h e p t a t o n i k

Her kan det give perspektiv at foretage en yderligere teoretisk analyse, gående ud på at bibeholde det pentatone 7tone--klaviatur, men "skære en tå og hugge en hæl" i svingningstals-forholdene for at få plads til de nye toner i det "gamle" klaviatur, analogt hvad der i 16-1700årene blev gjort med tempereringen af 7-tonalitetens 12tone-klaviatur for at få plads til og kunne gøre brug af de enharmoniske toner, som da blev gjort svingningstals-mæssigt identiske: ♭A=♯G eller ♭D=♯C etc.

*) Det har intet at gøre med det forhold, at musikalske helheder (f.ex. sange) transponeres til tonearter med mange fortegn for at opnå en for udførelse bekvem eller for klangfarve fordelagtig tonehøjde i forhold til en af konventionen fastlagt norm (kammertonen a = 440 sv/sek.)

I ex. I/22, F - et pentatont klaviatur - ville overtangenterne indenfor hver oktav - ganske som i et heptatont klaviatur - være de første, der skulle optræde som både ♯- og ♭-tone for deres nabo-stamtoner. Det vil sige, at tangenten for ♯Z også skulle gøres brugelig for ♭Æ, respektive ♭X være anvendelig til ♯V. Problemstillingen er ikke så ukendt endda, thi forholdet ♯V:♭X (svarende til ♭B:B) er jo netop det problem, der opstod i tidlig middelalder, da man følte det nødvendigt at sondre mellem de to B-toner, ♭-rotundum, ♮-quadratum (jfr. s. 2). En følelse af tonal sluttethed (♭=♮) måtte vige for erkendelsen af musikalsk relle tonehøjde-forskelle (♭≠♮). Tvillingfænomenet i den anden ende af tonalitets-materialet er da også forholdet F : ♯F, som her svarer til ♯Z : ♭Æ. Dermed indtrådte i det heptatonale system de begreber ♭ og ♯, som dels udvider materialet henimod ny, sluttet tonalitet (12), dels gør transpositioner af den relevante tonalitet mulig.

Man forestille sig imidlertid, at den "kromatiske" navne-identitet ♭:♮ var blevet sat lig med svingningstals-identitet i det pentatonale 7tone-klaviatur, endvidere at pentatonal "kromatisering" også skulle kunne finde sted mellem dia-minus'intervallernes nabo-undertangenter, der ikke er adskilt af overtangenter. Da ville ♯X og ♭Y være samme tangent (jfr. det heptatonale ♯E = F-tangent etc.). Dette kan kun gennemføres ved at <u>temperere</u> hele 7tone-klaviaturet.*)

*) Et sådant tempereret 5tone-system forekommer med den balinesiske tonalitet, kaldet s l e n d r o.

Svingningstallet for denne temperaturs skala-enhed er $2^{1/7}$ (ca. 1,10409), hvilket dog medfører så kraftigt et indgreb i den her sammenhørende penta/heptatonale skala, at det ikke umiddelbart tolereres af øret, sådan som tilfældet er med forskels-udligningerne i den hepta/dodecatonale skala. Af ex. I/22, G ses forskellen mellem de exakte tonale og tempererede svingningstal, afrundet til 3-4ciffrede tal med svingningstallet 1000 for den centrale tone Y. Værst går det ud over de sidst tilkomne, oprindelige fortegnstoner ♯V (= ♭B), hvis svingningstal 790 udlignes med 820, medens ♭Æ (= ♯F) med oprindelig 1266 svingninger reduceres til 1219. Knap så hårdt går det udover de pentatone stamtoner (jfr. iøvrigt „Intervaller", s. 25,b). Men skønt alle heptatonale konturer er udvisket, så er dette ikke tilfældet for de pentatonale, der stadig har umiskendelige dia-intervalliske træk. Det kan fornemmes i alle transpositioner, der nu kan gennemføres på pentatonalitetens 7-tempererede klaviatur.

Komplementære tonaliteters transpositioner

Denne temperaturens rationalisering har dog på anden måde også sin begrænsning, idet stam-pentatonaliteten rent faktisk kun kan transponeres 6 gange. Det ligger imidlertid i tonal-suiternes natur, at enhver mindre tonalitet i suiten kan bevæge sig (transponeres) indenfor enhver af suitens større tonaliteter. Det kan illustreres særligt markant med de større klaviaturer, hvori en given mindre tonalitet er den sekundære (overtangenter) i forhold til stamtonerækkens (undertangenternes) sædvanligvis primære af klaviaturets komplementære tonaliteter.

Således er pentatonalitet komplementær til 7-tonaliteten i 12-klaviaturet og til 12-tonaliteten i 17-klaviaturet (jfr. I/6-8, o.a.). Ligeledes er - i den fortsatte tonal-suite - 12tonalitet komplementær til hhv. 17- (i 29-klaviaturet), 29 (i 41-...) og til 41 i 53-klaviaturet (se ex.I/23).

Men som komplementære generator-intervaller hver kan optræde som primære i bestemte sammenhænge, sådan kan også enhver af et klaviaturs komplementær-tonaliteter fungere som primær, understreget ved at det er den primære tonalitets stamtone-navne, der anvendes, uanset de stamtonenavne, undertangenterne måtte have, når det er overtangenterne, der er sekundære.I 12tone-klaviaturet f.ex. har den primære 7-tonalitet 5 transpositions-muligheder, hvorimod 5-tonaliteten, når den gøres primær, har 7 transpositions-muligheder (jfr.ex.I/19,21,24).*) Tilsvarende har pentatonaliteten 12 transpositions-muligheder i 17-klaviaturet, som med sine 5 overtangenter kun giver 12-tonaliteten 5 transpositioner.

Når den mindre af et klaviatur-exemplificerede komplementære tonaliteter gøres primær, er det også selvfølgeligt, at dens stamtone-navne tilknyttes overtangenterne som vist i ex.I/19.b.2ob.Det vil sige, at skala-materialet dannes udfra klaviatur-symmetriens centrum med tal-kvalitet 0 på den centrale overtangent. Derved placeres de primære pentatonale kvaliteter (+2 +1 0 -❶ -❷) selvfølgeligt på overtangenterne plads, og alle undertangenter kommer derved til at repræsentere tonalitetens ♯/♭-toner. De kan tages i brug til vidtgående transpositioner, som i 17-klaviaturet (ex. I/19, J') rækker til pentatonale ♭♭X❸ og ×Z (+8), svarende til de heptatonale toner, hhv. ♯A og ♭G).

*) I kinesisk tradition har netop pentatonaliteten dette råderum.

Heptatonaliteten kan ikke på tilsvarende måde optræde som primær tonalitet med eget suveræne overtangent-klaviatur, idet der ikke forekommer 7-tonalitet som komplementær til nogen af kvint-suitens tonaliteter (jfr. ex.I/15-17). Derfor må undertangenter tages i brug ikke alene når 7-tonaliteten gøres primær i 12-klaviaturet men også i 17-klaviaturet i begge tilfælde naturligvis i forbindelsen mellem dia-minus intervallerne E-F og B-C, jfr. ex. I/2o.

Disse to på sin vis identiske analyser viser bl.a., hvordan karakteristiske modsætningsforhold mellem kvart/kvint--suitens penta- og heptatonalitet, som fundamentalt afspejler sig i deres indbyrdes fortegns-omvendinger, også genfindes i deres nodesystemers relationer. Lad den terminologi gælde, at toner, der skalamæssigt følger efter hinanden med successivt stigende tone-navne er principielt diatoniske (f.ex. ♯G, A, ♭B), medens toner med fælles stamnavne, der med fortegnsændring følger efter hinanden (f.ex. C-♯C eller de pentatonale V-♯V o.l.) er principielt kromatiske, hvorimod nabo-tonenavne med forskellige fortegn under ét er altererede (f.ex. det pythagoræiske komma ♭D ♯C eller pentatonalt ♯X ♭Y). Det ses da, at tæt diatonik i 7-tonaliteten, f.ex. ♯D, E, F, ♭G bliver til ren kromatik i 5-tonaliteten: ♭Z Z ♯Z ×Z. De altererede, stigende komma-intervaller i 7-tonaliteten har faldende stamtonenavne og dermed faldende nodeplacering , f.ex. ♭E,♯D, medens de samme komma-toner i pentatonal notation har stigende nodeplacering og omvendt fortegns-placering, nemlig ♯Y, ♭Z.

12-tonalitetens transpositioner
- primær og sekundær tonalitet

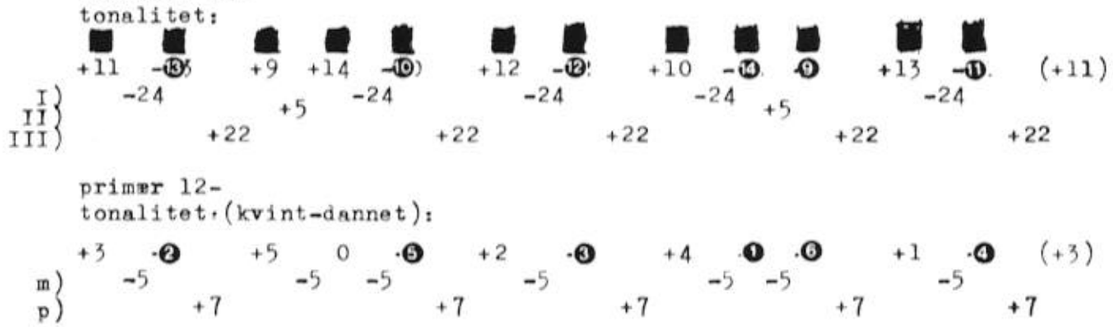
Med de 12 forskellige stamtonenavne (ex.I/18) kan lignende analyser gennemføres med 12-tonaliteten som den primære i de tre af kvart/kvint-suitens tonaliteter, der har 12 dia-plus intervaller, hvorved deres klaviaturer får 12 overtangenter: tonaliteterne 17 (+12), 29 (+12) og 41 (+12). Exempel I/23 viser klaviatur-analyserne, hvori de 12 overtangenter er gjort til de primære, markeret dels med stamtone-skala-navnene - J K L M N O P Q R S T U - (ex. I/18), dels med de første 12 tal-kvaliteter, der udgør tonal-tabellen, en -5'tabel modulo 12. Her er da klaviaturets undertangenter blevet stamtonernernes ♯/♭-toner, ganske som tilfældet er, hvor pentatonaliteten er gjort primær i 12- og 17-klaviaturet (ex. I/2o. B,J). Alle tal-kvaliteter refererer til tonens plads i kvintrækken, som i ABC-exemplet (I/23) er ordnet med 12-tonalitetens stamnavne og fortegnsmængde, medens exemplets abc giver orientering om, hvilke af de almindeligt kendte 7-tonale stamtoner med fortegn, der er tale om.

Det mest iøjnefaldende ved analyserne er fordelingen af overtangent-rækkens 12 toner, som har samme strukturelle træk i alle tre klaviaturer. Sådan må det naturligvis være, idet klaviaturets tonaliteter er komplementære, hvilket - her hvor 12-tonaliteten er den ene i tre af tonal--suitens tonaliteter - netop betyder, at den er exakt sig selv i alle tre klaviaturer. Men det er den kun under forudsætning af, at den g ø r s primær, det vil sige at stamtone-fordelingen får sit udgangspunkt fra en af de strukturelt centrale overtangenter og derfor udelukkende falder på overtangenter, som derved får de numerisk mindste af det totale klaviaturs tal-kvaliteter. Det er disse første 12 tal-kvaliteter (fra -6...til +5, eller fra -5...til...+6), der udgør en tonal-tabel i sig selv, hvilket den sekundære tonalitets øvrige, numerisk større tal-kvaliteter ikke gør (jfr. "Tonal-tabel" s.37).

Af denne grund må overtangent-dispositionen have samme strukturelle træk, eftersom fordelingen af dia-plus og dia-minus intervaller i denne 12-tonalitet er den samme, uanset hvor stort et klaviatur den kan gøres til primær-tonalitet i. Det karakteristiske ved enhver overtangent-disposition er netop, at den med sin struktur direkte viser hvordan dia-intervallerne er fordelt. Sådan fremgår også den pentatonale struktur klart af overtangentrækken i hhv. 12- og 17-klaviaturet. Undertangent-tonalitetens struktur (primær eller sekundær) viser sig kun indirekte, thi uden overtangentrækken ville den være så profilløs som dens stamtonerække er det i nodelinje-systemet, thi de to struktur-fænomener hænger sammen - jævnfør penta- og heptatonalt nodesystem ex. I/15,19,20.

Når derimod overtangent-tonaliteten gøres sekundær, da omfatter den alle de numerisk største af det totale klaviaturs tal-kvaliteter, og det medfører skævheder, som ganske kan fortegne den sekundære af komplementær-tonaliteterne. Det er værd at se hvordan det kan ytre sig som i ex. I/16, hvor 12-tonaliteten er sekundær i forhold til den kvart-dannede 17-tonalitet i et 29-klaviatur. Interval-forholdene i denne sekundære 12-tonalitet fremgår af differencerne mellem overtangenternes tal-kvaliteter, der her har 17-tonalitets generator-interval, kvarten (4:3) som basis:

sekundær 12-tonalitet:



(I, II, III: differencer (= kvart-mængder); m,p: (= kvint-mængder)

Af I, II og III ses, at der er tre forskellige, skalamæssige differencer -24, +5, +22. Sekundær-tonaliteten er derved tri-intervallisk til forskel fra den primære tonalitet, hvis kriterium er at dens skaladannelse består kun af dia-intervallerne, vist med m) og p). Desuden er der forskellige intervaller imellem tangenter, der klaviatur-strukturelt viser de samme afstande. Det er i gruppen af tre overtangenter, hvor

kvaliteterne: +9 +14 -10 har
differencerne: +5 -24

Kun differencen 5 (en såkaldt "diatonisk halvtone") svarer til den primære 12-tonalitets interval på samme plads i strukturen. Det andet interval i denne tangent-gruppe (-24) er betydeligt mindre, da det svarer til to gange intervallet (+/-) 12, der - som det er kendt fra 12 oktav-omlagte kvarter eller kvinter - danner et pythagoræisk komma (sv/tal $(3:2)^{12} \cdot 2^{-7} = 1{,}0136432...$, jfr. s. 43).

En almindelig diatonisk 1/2-tone er intervallisk næsten fire gange større end pythagoræiske komma. Hvad dette dobbelt-komma (-24) mangler i at være en "diatonisk halvtone" (diff. 5), har det største af de tre intervaller, III) (diff. +22) for meget. Svingningstallene for intervallerne er: *)

I)	diff.	$-24 = (4:3)^{-24} \cdot 2^{9}$		$= 1{,}02747...$
m), II)	"	$+/-5 = (4:3)^{+5} \cdot 2^{-2}$		$= 1{,}05349...$
III)	"	$+22 = (4:3)^{22} \cdot 2^{-8}$		$= 1{,}09491...$
p)	"	$+7 = (3:2)^{7} \cdot 2^{-4}$		$= 1{,}06787...$

Det er lignende tri-intervalliske skævheder, der præger penta-tonaliteten, hvor den er sekundær i 12- og 17-klaviaturet (ex. I/16). Når derimod overtangenternes tonalitet er primær, da er det undertangenternes sekundære tonalitet, altså #/b-tonerne (ex. ,I/23) der får de skalamæssige, trefoldige uregelmæssigheder.

---

*) For alle intervaller i kvart/kvint-suiten til og med kvalitet +/-26 (= $(3:2)^{26}$ resp. $(4:3)^{26}$) findes svingningstallene i tonal-tabellen for 53-tonaliteten i ex. I/39 angivet med 7 ciffrede tal fra 1 000000 til 1 404663 - at forstå som 1,000000 etc. Fra disse tal kan de reciproke tal direkte udledes.

Det kan ses af alle rækker T) i ex. I/23 , hvor differencer som 24, 12 og 5, nogle af de førnævnte, genfindes, og et nyt indføres for hvert nyt klaviatur. Nedenfor gives en oversigt over disse sekundære (undertangent)tonaliteters skala-mæssige intervaller, dvs differencer (E), D), C)), og til sammenligning vises som A) og B) de tilsvarende differencer fra 17- og 12-klaviaturerne (ex. I/19), hvori pentatonalitetens overtangent-række er gjort til primær-tonalitet:

ad. ex. I/23 - differencer
for sekundære tonaliteter:

		a)	b)	c)	
E)	53-klaviatur	+24	+12	-41	exponenter z for kvint $(3:2)^z$ *)
D)	41-klaviatur	+24	+12	-29	
C)	29-klaviatur	+24	- 5	-17	
ad ex.I/11,17:					
B)	17-klaviatur	+10	+ 5	-12	exponenter z for kvart $(4:3)^z$ *)
A)	12-klaviatur	+10	+ 2	- 7	

*) jfr. fodnote s. 38 og sv/tal for intervaller (diff.) ex. T

Meget, der er væsentligt for tonalitets-begrebet kan aflæses af disse exempler og differencer, bl.a. - som det er påpeget med ligrende fænomen s. 19-20 - at differencernes numeriske værdier i kolonne c) svarer til foregående fuldstændige klaviaturers tonale størrelse. Kolonne a) viser et andet karakteristisk træk der forekommer med intervallerne, som er fælles for de til primær 12-tonalitet sekundære tonaliteter i E), D) og C), og de til primær 5-tonalitet sekundære i B) og A).

Intervallet (24) er numerisk to gange primærtonalitetens tal(12)i E), D) og C)og med diff.lo,tilsvarende to gange primærtonalitetens tal (5) i B) og A). Dette fælles interval opstår altid mellem kvaliteter på hver side af 0-kvaliteten for den primær-tonalitet, der har klaviaturets overtangenter som basis, sådan som exemplerne viser. Da nabo--talkvaliteten til 0-kvaliteten er tonal-tabellens tal - hhv. +12 i 29-, 41- og 53-klaviaturerne og +5 i 12- og 17-klaviaturerne - kan en vigtig regel uddrages heraf:

tonal-tabellens tal (+/-a) for en tonalitet, hvis størrelse er lig med s u m m e n (a+b) af et klaviaturs over- (a) og undertangenter (b) - komplementær-tonaliteterne - er lig med antallet af dette klaviaturs overtangenter (a).

K R O M A T I K - et relativt begreb.

Intervallet som svarer til differencen mellem kvalitet 0 på en overtangent og nærmeste undertangent i klaviaturerne i ex.I/23 - må nødvendigvis føre til en stamtones ♯- og ♭-tone. Det opstår, så snart alle stamtoner er dannet af generator-intervallet, og kan da ikke mere passes ind i skala-dannelsens dia-interval række. Således er det interval, hvis tal-kvalitative difference er lig med tallet for en tonalitets størrelse på en vis måde denne tonalitets markanteste. Som afstanden mellem en stamtone og dens positive (♯) eller negative (♭) fortegnstone betegner det en given tonalitets k r o m a t i s k e interval. Derfor er "kromatik" et relativt begreb, idet 5-tonalitetens kromatiske interval har differencen +/-5, 7-tonalitetens kromatik forekommer med differencen +/-7, 12-tonalitetens kromatik hidføres med differencen +/-12 *) og sådan fremdeles, her for kvart/kvint-suitens tonaliteter 17, 29, 41, 53..., idet kromatisk interval i den ene tonalitet bliver stamtone-dia-interval i den følgende.**)

Efter denne overgang fra kromatisk til dia-tonisk forbliver et sådant interval sine tonaliteters dia-minus, så længe det er mindre end sin tonalitets kromatiske interval. Det afspejler sig i den regel

- at klaviaturernes overtangent-antal altid er lig med kvalitetstallet (differencen) for dia-minus intervallet i den tonalitet, der er primær på undertangenterne.

Den regel hænger igen sammen med den foregående om tonal-tabellens tal (s. 39).

*) Svingningstallene for disse relative kromatiske intervaller kan findes i ex.I/39om sv/tal for de respektive tal-kvaliteter i den tonale +12-tabel modulo 53. NB. Disse intervaller (sv/tal) er basis for den exakte bestemmelse af skala-tonernes positive og negative t o n a l e g r a d e r, jfr. s.77ff.

**) Det er netop disse kromatiske intervaller, der findes i tur og orden (side 39) i kolonne c), gældende for A), B), C)... klaviaturernes tonaliteter.

På den baggrund kan det bedre forstås, at 7-tonaliteten, der er latent tilstede i 5-tonalitetens klaviatur (ex.I/15), kun har én placering, både som primær- og sekundær-tonalitet: på 12-klaviaturets undertangenter. Det beror på, at intervallet med talkvalitets-differencen 7 fra at være kromatisk (i 7-tonalitet) straks bliver dia-plus i 12-tonalitet, *) og ingen dia-plus intervaller kan optræde som dia+-interval i flere end én tonalitet. Det omvendte er derimod tilfældet: et dia-minus interval optræder mindst 2 gange (ofte endnu flere) som dia-interval, efter at være dukket op som kromatisk interval, og det slutter altid som dia-plus, for derpå at forsvinde som dia-interval fra suitens tonaliteter.

De forsøg, der gøres på at placere 7-tonaliteten som primær, hovedsagelig på overtangenter både i 12- og 17-klaviaturet (ex. I/2o, B,J), indebærer det kompromis, at "diabolus-intervallet" (B...F) i begge tilfælde nødvendigvis må placeres på undertangenter. Tonal-tabellens tal (0-kvalitetens nabo-tal i klaviaturet) forbliver i relation til den ovenfor formulerede regel tallet 5, refererende til, at pentatonalitet er klaviaturets egentlige komplementær-tonalitet (I/19,2o).

Heraf kan drages den konklusion, at 7-tonaliteten ikke har mere end de 5 fortegns råderum, som 12-tonaliteten giver med sine overtangenter. Hvad der musikalsk kræves derudover, retfærdiggjort af kunstnerisk musikalske helheder (satsdele, evt. hele satser), må tages som vidnedsbyrd om, at det musikalske principielt er forankret i 12-tonalt domæne, omend tematisk/melodiske og harmoniske celler og mindre helheder tilhører hepta-, evt. penta-tonalitet. Indenfor de større kan selvfølgelig alle en tonal-suites mindre tonaliteter

*) I ex. I/13 ses det, hvordan difference +7 fra at være kromatisk interval bliver dia-minus i det ene af de komplementære klaviaturer for 12- og 19-tonaliteterne, der begge har 7-tonalitet som (sekundær) overtangent-tonalitet. Men da drejer det sig også om en anden tonal-suite, der nok følges (strukturelt) et stykke vej med kvart/kvint-suiten, men som har komplementær-intervaller, der afviger (ganske svagt) fra de r e n e kvart/kvint-generator-intervaller.

dukke op, det vil sige bruges, momentvis rendyrket eller i kombinationer, mere eller mindre tilsløret - jfr. Dvorak-melodien s. 44. 12-tonaliteten derimod kan der gives indtil flere råderum, hvad ex. I/23 illustrerer med 29-, 41- og 53-klaviaturerne, hvori 12-tonaliteten er gjort primær (overtangenter). Et karakteristisk træk i disse klaviatur-strukturer viser sig med den spatiering af overtangent-rækkens toner, som finder sted fra klaviatur til klaviatur. Tilvæksten af toner (12) fordeler sig bestandigt jævnt med én ny undertangent mellem hvert par af overtangenter fra tonalitet til tonalitet netop så mange gange, som 12-tonaliteten er den ene af komplementær-tonaliteterne. Deraf følger, at 29-klaviaturet (12+17) kun i 5 tilfælde (stamtonerne J, M, O, Q, T) omfatter både ♯- og ♭-toner til tonalitetens stamtoner. Først 41-klaviaturet omfatter foruden de 12 stamtoner alle deres ♯/♭-toner (36 ialt), og det indebærer, at der nu dukker 5 dobbeltfortegnstoner op (K, N, P, S, U) imellem 12-tonalitetens fem dia-plus intervaller (diff. +7) *), og det bliver til 17 dobbeltfortegns-toner i 53-klaviaturet. I disse tonale grupper får 12-tonaliteten stort rum til transpositioner.

*) I relation til 7-tonalitet vil dobbeltfortegns-fænomenet først optræde med 22. tone efter 7 -, 7 - og 7 stamtoner. Det vil sige, at 29-klaviaturet måtte blive det første i tonal-suiten, der kan honorere kravet om dobbeltfortegn. - In memento: Hos J.S.Bach (1685-1750) forekommer dobbeltfortegn talrige gange bl.a. i "Wohltemperiertes Klavier" jfr. "Enharmonik".

P y t h a g o r æ i s k k o m m a - et kromatisk interval

Ad ex.I/23.

Det fortegns-interval, hvormed 12-tonale stamtoner fra J...til...U ændres kromatisk er det pythagoræiske komma: $(3:2)^{12}$. 2^{-7} (se også s.77). Således er stamtonen U (0) og dens fortegnstone #U (+6) en kromatisk hævning, der svarer til, at tonen As (0) hæves til Gis (+6) *)

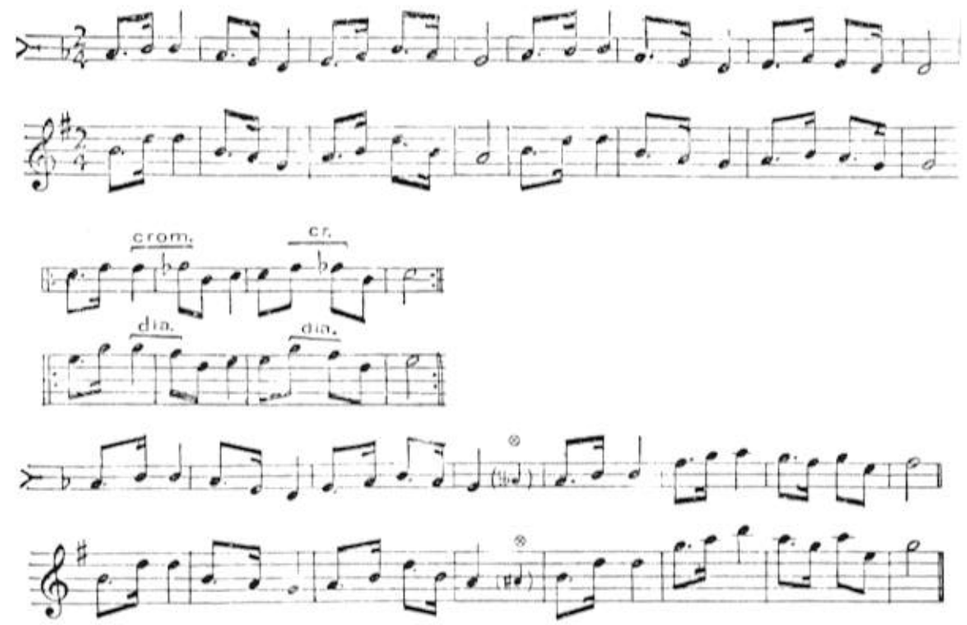
Men allerede i næste tonalitet (17-tonaliteten) optages da dette komma som mindste dia-interval, og komma'et forbliver dette dia-minus (medens nye, intervallisk større, kromatiske tonetrin dukker op) indtil 41-klaviaturet. Er disse kromatiske #/b-virkninger altså af forskellig interval-størrelse, alt efter hvor omfattende stam-materialet, som de indvirker på, er, så forbliver ét fortegns-forhold fælles for alle tonaliteter i en tonal-suite, her kvart/kvint-suiten:

> Ethvert f a s t fortegn (en transposition) medfører, at centret for den (stam)tonale struktur hæves eller sænkes med et generator-intervals størrelse, afhængig af, hvilket af de komplementære intervaller, der er tonalitetens primære generator. Faste #'er betyder kvint-hævninger, når kvinten er primær, kvart-hævninger, hvis kvarten er primær, og for faste b'er gælder de tilsvarende sænkninger.

Dette afspejles helt ud i de tonale node-systemer. Således må en overvejende pentaton melodi som i følgende exempel fra Dvoraks 9. symfoni (s.44) noteres med et fast kryds (#F) i det heptatonale 5-linjesystem, men derimod med ét fast b (bX) i det pentatonale 3-linjesystem (exemplet er her meddelt G-tonalt, resp. E-tonalt i pentatonik).

*) Heraf ses tydeligere end i nogen anden sammenhæng, at man ved at ignorere det pythagoræiske komma, hvor det er tonalt meningsfyldt, i virkeligheden ignorerer en ganske exakt tonal fortegnsvirkning. Enharmonisk omtydning - hvor den ikke bare er en musikermæssig "praktisk" forholdsregel for at undgå mange løse fortegn og derved måske lette læsningen af et nodebillede, er en bitter frugt af 12-tempereringen. I sin yderste konsekvens har denne vildtvoksende praksis - som i en vis form for højere musikteori doceres som god latin - simpelthen lukket af for erkendelsen af tonalitetsfænomenets egentlige natur, bl.a. det fundamentale forhold, at tonaliteter er indbygget i hinanden efter kinesisk-æske-princip som exemplificeret her med kvart/kvint-suitens første tonaliteter. Bach skrev "Wohltemperiertes", men forvekslede aldrig enharmoniske toner, tværtimod. Med suverænbeherskelse af "kromatik" viste han vejen til 12-tonalitetens domæne.

ex. af Dvoraks 9. symfoni:



NB:

Det pentatonalt skala-lineære moment i melodien er tydeligst i det 3-linjede system, hvorimod det dia-intervalliske (forskellen mellem stor sekund og lille terts) fremgår umiddelbart af notationen i det 5-linjede heptatonale nodesystem. Dybt karakteristisk for melodiens notation i de to nodesystemer er de med *) mærkede toner, hvor melodiens sporadiske heptatonale element er rent diatonisk (G /#F) i 5-linjesystemet, medens det er klart kromatisk(E /bE) i det 3-linjede, pentatonale system,x som dermed umiddelbart registrerer det virkningsfulde tonale fremmedelement. Gennemgangs-kromatikken i 5.sidste takt (hhv ved parenteserne #A, resp. bbX) finder sted mellem forskellige trin i melodien i de to systemers notationer. Harmonikken, denne strofe er svøbt i, betjener sig desuden af midler langt udover de pentatonale og illustrerer dermed også, med karakteristiske træk, hvordan forskellige tonaliteter i en tonal-suite kan arbejde sammen.

x (jfr.ex.I/21c)

12-tonalitetens 7-linjede nodesystem

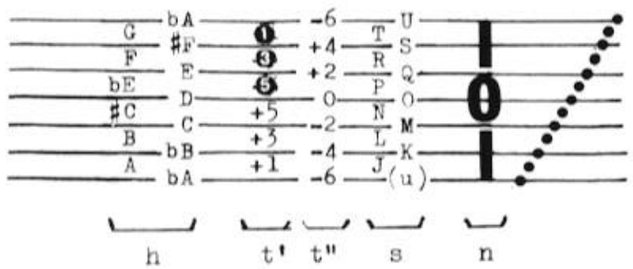
Som en tonalitet har sin klaviatur-struktur, almindeligvis med stamtonerne fordelt over den i sig selv profilløse undertangentrække, sådan har den også et latent nodesystem. Stamtonernes placering deri på linjer og mellemrum i tur og orden siger intet om, hvor dia-intervallerne befinder sig; det må - som før bemærket - læres eller ligefrem s e s af det tilsvarende klaviaturs overtangent-disposition (jfr. ex.I/15-19. og I/23).

Et mål for et nodelinje-systems størrelse giver oktaven, der enten må ligge indenfor systemets linjer, som det kendes med heptatonalt 5-linjesystem, der har oktav fra 1. linje til sidste mellemrum, eller omslutte systemet som allerede praktiseret med det pentatonale 3-linjesystem, hvor oktaven går fra 1. linje til rummet over systemet. At systemet skal have et ulige antal linjer for derved at få en linje og ikke et mellemrum som strukturelt centrum synes at være praktisk.

For kvart/kvint-suitens tonaliteter efter heptatonaliteten måtte derfor et 7-linjesystem (7 linjer omsluttende 6 mellemrum) være praktisk for 12-tonaliteten (med oktav fra 1. til 7.linje), et 9-linjesystem (9+8) for 17-tonaliteten og et 15-linjesystem (15+14) for 29-tonaliteten etc. Men lige så lidt som de større klaviaturer kan tænkes som brugbare instrumenter for udøvende musikalsk praksis, kan ret store nodesystemer gøres anvendelige musikermæssigt. Men både klaviatur- og nodesystem-strukturer er overordentlig nyttige, ligefrem nødvendige for den analytiske illustration af de tonale forholds direkte relation til musik.

Således vil musikalske fænomener, der enten hælder ind over eller helt er forankret i det 12-tonale domæne få sine skala- og fortegnsmæssige (modulatoriske) egenskaber afspejlet særlig tydeligt, dersom de noteres i et 12-tonalt nodesystem. Det svarer - som det vil ses senere - til de informationer, som allerede det 3-linjede pentatonale nodesystem giver, sammenlignet med hvad heptatonalitetens 5-linjesystem meddeler umiddelbart om de samme tonale fænomener.

Det 12-tonale 7-linjesystem - ex. I/25 - er i virkeligheden ikke så kompliceret, at det ikke skulle kunne anvendes i musikalsk praksis. Som så meget andet ville det kun være et spørgsmål om tilvænning. Systemets basis er de 12 stamtoner fra J til U (A til As el. Gis) med O (D) som centrum, markeret med O-nøgle:



Ovenstående exempel - en detalje af ex. I/25 - viser linjers og mellemrums dodecatonale stam-navne (s), deres tal-kvaliteter, flettet ud i de til linjerne svarende lige tal omkring O (t") og mellemrummenes ulige tal (t'). Differencen 2 mellem tallene i hver række viser, at de er såkaldt Heltone-skalaer, der er forskudt for hinanden med en "halvtone"s afstand.(Heltonens, sekundens difference +2 svarer til svingningstallet 9:8 (1,125), altså $(3:2)^{\pm 2} \cdot 2^{-1}$). De "kromatiske" tonenavne i det heptatonale system fremgår af kolonne h. Som 1. og 7. linje er sat tonen, -6 bA for stamtone U, derved bliver tonen #G,+6 lig med #U. Hvis #G var valgt til stamtone U, ville bA være et bU.

Ad I/25.

Til praktisk musikermæssig brug kan systemet udbygges med nøgler for højde (diskant) (K-nøgle) og dybde (bas) (S-nøgle) omkring mellemlejets nodesystem i O-nøgle. Det svarer ganske til de heptatonale 5-linjesystemer i hhv G- og F-nøgle omkring den centrale C-nøgle (jfr. ex.I/32.). Som det fremgår af pentatonalt 3-linjesystem i forhold til heptatonalt 5-linjesystem (ex. I/22) er det selvfølgeligt, at den mindre tonalitets musik kan meddeles via den større tonalitets linjesystem. Det omvendte kan kun gøres i kraft af den musikalske fortegnspraksis, og det er ikke mindst den, der røber et tonal område, som må være større end det, som det givne nodesystem omfatter alene med sine linjer og mellemrum. Med fortegnene - det vil sige med det specielle "kromatiske" interval, som ikke er hjemmehørende i en given tonalitet og dens lukkede nodelinjesystem - kan der gøres attack og koloniseres i det tonale ingenmandsland, der adskiller suitens tonaliteter.

Som ex.I/19,22, viser, bliver dette område for transpositioner af tonaliteten desto større, jo flere gange i løbet af en tonal-suite en tonalitet (in casu 5- og 12-tonaliteten) forekommer som (mindste) komplementær-tonalitet og anskueliggøres ved at optræde som primær (på overtangenter). Hvis imidlertid nodesystemet, hvori det legitime (skala) materiale for en tonalitet noteres, tilhører en mindre tonalitet, må der bruges fortegn. Det giver under alle omstændigheder et fortegnet billede af de musikalske hændelser. Det kan nemlig ikke ses, hvilke fortegnstoner der som nødhjælp står for tonalitetens stamtoner eller deres faste transpositioner, og hvilke der virkelig er tonalitetens (musikkens) kromatiske begivenheder, det være sig musikalsk forsiring, udtrykseffekt eller egentlig modulation.

I ex. I/17, illustrerer G), hvordan 29-tonalitetens skala-dannelse skulle være en (dia-tonisk!) jævnt stigende linje af tone-punkter. Presset ind i det altfor snævre korset, som 7-tonalitetens 5-linjesystem er for 29 legitime toner, viser ex. J), hvordan enkelte og dobbelte fortegn så at sige presser skalamaterialet ud imellem sidebenene og gør det til en misvisende bølgelinje, hvori fortegnene ikke giver nogen reelle oplysninger om det musikalske stof.

Træk af samme fænomen kan iagttages i ex. I/8 med 17-tonalitetens notation i 7-tonalitetens system, som derimod - trods fortegnene i ex. I/7 - giver et mere reelt billede af den 12-tonalt stigende skala-linje (jfr. i ex. I/25 det tilsvarende i forholdet mellem 29-skalaens notation i et 12 tonalt 7-linjesystem mrk.sk.).

Den tonale metamorfose

> Den berigelse kunsten kan give os beror netop på dens evne til at minde os om harmonier udenfor systematiske undersøgelsers rækkevidde.
>
> NIELS BOHR

Ligesom tonaliteterne i tonalsuiten således expanderer også nodesystemerne, som - hvad exemplerne netop viser - med deres s k r i f t afspejler tonalt betydningsfulde fænomener. Denne tonaliteternes expansion, som kun i særlige tilfælde kan foregå med tilvæksten_1_(f. ex. fra 7 til /8/,/9/,/10/...osv.jfr."Extreme tonaliteter" side 98) foregår i de fleste.tilfælde i spring, som i KVART/KVINT-suiten fra /7/ til /12/, /17/, /29/tonaliteter etc.

Imidlertid viser musikken selv, trin for trin i sin århundredlange udvikling, hvordan der først ret uskyldigt bides af frugter fra (♯/♭)området udenfor den rene, paradisiske heptatonalitet. Men op imod vor tid vokser appetitten på det tonale nyland i et vældigt accellerando, der synes at have fået epoken til at forspise sig på tonestof. I virkeligheden synes perioden, der begyndte, da ♭-rotundum / ♭-quadratum trådte ind i billedet, at have været én lang skærsild, hvorunder også musikkens forankring i det religiøst kultiske løsnes, jo mere intenst mulighederne i dette nyland frister. Her er der dybest set tale om én stor tonal metamorfose, afspejlet i den musik, der baner vejen fra heptatoni til dodecatoni. Den måde hvorpå nodenøgle-systemet*) er groet frem bag århundreders musik giver også nøglen til forståelse af noget meget væsentligt i forskellen mellem tonaliteterne. Det kendes jo såre godt, at dét pentatonale resp. dét heptatonale er mere end blot et spørgsmål om, hvor

+)Det fuldt udbyggede nodesystem ligesom klaver-strukturen er jo ikke opfundet af nogen person, De er blevet til ud fra enkle principper,som en nødvendighed, en afspejling af indre, fundamentalt tonale forhold,som det vises af nærværende fremstilling.

mange elementer tonaliteterne omfatter (5 og 7). Indenfor de grænser, der er givet for en tonalitet, forløser de musikalske fænomener egenskaber og forhold, som kun musikken kan registrere.

Dette ikke helt håndgribelige i det musikalsk tonale, som musikken meddeler umiddelbart, kan anskueliggøres netop gennem nodesystemer, sådan som generator-intervaller og nøgler lukker op for dem.

T R I T O N A L I T E T.

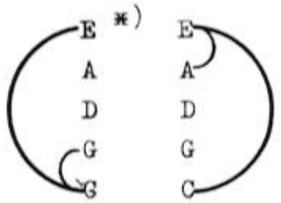
ad. ex. I/32:

Således viser ex. I/15, hvordan de komplementære generator-intervaller kvart/kvint så at sige udgør en tonalitet i frø.*) Det exemplificeres med tonerne A D G, men kunne for den sags skyld også fremstilles med underkvint (det negative) og overkvint (det positive) til den fortegnsløse stamtoneart C-durs grundtone: F C G (ex. I/32,1)). Som basis for melodisk, endsige harmonisk udfoldelse er tri-tonaliteten sparsom. Langt rigere muligheder,især melodisk giver kvart/kvint-suitens næste tonalitet - pentatonaliteten (ex.I/15, I/26 og andre). De harmoniske muligheder (samklange) er nok tilstede her, men er ikke nær så variable som de melodiske. I denne sammenhæng må harmonisk defineres i nær tilknytning til et naturforhold, som menneskeøret har anet stærkere og stærkere: naturklangen - altså den enkelte tones overtoner (jfr. „Intervaller", ex. s.10 og ex.s. 10,b).

En konkretisering af naturharmonien op til 5. overtone kan ikke finde sted med tritonalitetens toner, men derimod med pentatonalitetens:

+)Netop med de toner imdenfor og inklusive oktavtonen er det græske instrument HELIKON udstyret: tonerne D G A D.og "TETRAKTYS" fodnote s.95.

ex: Dur



ex: mol

Dur-exemplet viser et s t r u k t u r - t e g n, markerende de toner i den til pentatonaliteten svarende kvint-række, som udgør en Dur-treklang, tonerne C / G . . E, hvoraf E har sin identitet liggende to oktaver dybere mellem C og G, deraf den tætte treklang, som nogenlunde svarer til naturklang-tonerne 4 : 5 : 6 Denne er en primær klang, men det ses også straks, at der i pentatonalitet ikke findes flere dur-klange, idet tegnet hverken kan føres op eller ned ad den til pentatonalitet begrænsede kvintrække. Rammen om pentatonalitet C . . . E er ideelt set selve tertsen (in casu: den pythagoræiske TERTS). Derimod findes den spejlvendte klang, det vil sige en klang med nøjagtigt de samme interval-relationer nedad i kvintrækken, som dur-klangen har opad. Svarende til Dur har her akkordens terts sin identitet liggende imellem strukturens nabo-kvinttoner: C . . A / E. Hørt "nedad" er det virkelig strukturelt en "dur-klang", bestående ovenfra og ned af stor terts, fulgt af lille terts: E \ C \ A. Men som Dur(natur)treklangen bliver også denne klang hørt "opad", altså som den velkendte m o l-parallel. Den findes ikke på basis af grundtonen i naturklangen. Den er på en vis måde blevet opfattet som en sekundær harmoni**). Netop fordi disse strukturelt spejlvendte akkorder begge er hørt opad har de parvist forholdt sig parallelle til hinanden i den tonale, diatoniske skala-flade, men også når klangene rejses over deres bundtone i en heptatonal kvintrække, står de parallelt til hinanden:

c	g	d	a	e	b	(f)
a	e	b	f	c	g	(d)
F	C	G	D	A	E	(B)
D u r			m o l			

*) Den rene 4. kvint til C er et syntonisk komma højere end den tilsvarende naturterts, en difference, som næppe har været erkendt, jfr. Interval-oversigt s. 35, kap. Intervaller.

**) I flere århundreders musik blev den aldrig brugt som slut-akkord (jfr. „Intervaller" s. 23).

Først i kvart/kvint-suitens næste tonalitet, heptatonaliteten kan treklang-strukturerne transponeres. Da det opdages efter tidlig middelalders harmonisk set mere eller mindre tilfældige samklangs-forbindelser, begynder en rig udvikling, som i sin konsekvens bryder skallen omkring (hepta)tonaliteten, visende vej til ny (dodeca)tonalitet. Men det skulle for tonekunsten tage århundreder at erkende denne vej og musikalisere sig videre op ad tonalitets-stigen, i.e. tonal-suiten eller her kvart/kvint-suiten.

Disse treklang-strukturers transpositioner ses af ex. I/32 ved 5) og 6): **S T D**. De i negativ tryk viste tal er treklangstonerne i de respektive bundtoners naturklang (1 : 3 : 5), indenfor hvilken spændvidden af 5 kvinttoner (4 kvinter) findes. Oktavsænkningen af 3. naturtone (3:2) sætter klangens kvint på plads i kvintrækken.

At Dur-klangene har været vejledende for hele nodesystemets dannelse vidner også nøglerne om: 2). De er netop knyttet til de tre Dur-klanges grundtoner, der kun kan være beliggende nederst i tonalitetens kvintrække: 8). Af nøglerne er C-nøglen den centrale: 1), 2). I sin tid gav C - og ikke, som det kunne synes rimeligere A, alfabetets første bogstav - navn til den centrale nøgle i det system, der skulle udvikle sig omkring de tre nøgler og dække sangstemmernes normale område ind (jfr. „Nøgler og stemmer"). Intet havde der været ivejen for at kalde den tone, der i tonalitets-strukturen nu hedder C for A. I så fald ville den fortegnsløse Dur-skala have heddet A B C D E F G (istedet for som nu: C D E F G / A B) og da ville den parallelle, rene mol have heddet: F G / A B C D E. Men af disse skala-dannelser er kun ren mol symmetrisk, og netop det forhold må have været følt langt mere betydningsfuldt. Det giver da tonen D som centrum både i skalaen a b c D e f g og i kvint-rækken, den fødes af: f c g D a e b.

Når imidlertid C er følt så central i systemet (ikke bogstavet men den dertil svarende tones placering på 2. plads fra neden i den genererende kvintrække) og ikke D, der er systemets virkelige centrum - og derfor her overalt brugt som "nul"-kvalitet - kan det hænge sammen med, at tonen er fundament eller bundtone også for den eneste Dur-treklang i den foregående, så karakteristiske pentatonalitet. Det vil sige, at C-dur-treklangen faktisk står først i hierarkiet af tonalt mulige Dur-treklangs-dannelser i den tonal-suite, der opbygges på kvinten (3:2), og kvinten på sin side er den første i hierarkiet af C-tonens naturtoner, der som 3. overtone er forskellig fra identiteterne til C (2:4:8...etc.). Dette nære forhold til den primære C-klang giver G-klangen dens dominerende plads (dominant), i forhold til hvilken F-klangen (sub-dominanten) på disse præmisser hviler på en til G spejlvendt konstrueret kvinttone (jfr. Dur/mol-akkordernes indbyrdes spejl-forhold). F har ikke (som G) med sine identiteter nogen oktav fælles med C-naturklangen. Dens 3. overtone derimod er fælles med C-naturklangens identitet, 2. overtone.

Det er i denne forbundenhed, C er fundamental for heptatonaliteten, hvilket bl.a. den centrale C-nøgle markerer. Angiver således nøglerne et primært tonalt Dur-centrum omkring C - 1) - så ligger der et tilsvarende tonalt mol-centrum omkring C-tertsen E: 7). Denne struktur-dualisme er fremhævet kraftigt med en sammenstilling af de respektive klanges strukturtegn, Dur: 8) og mol: 9).

Men i denne tonalt sluttede helhed er den heptatonale kvintrækkes egentlige centrale tone, D, den eneste fra hvilken der hverken kan dannes Dur-treklang opad eller mol-treklang nedad. Som 10) viser fører en Dur-klang udover tonaliteten til dens ♯-område, en mol-klang til ♭-området. Disse klange kan derfor

ikke med indre sammenhæng forekomme under ét uden at sprænge tonalitetens ramme. Ikke desto mindre forekommer de under ét, kendt som g-mols Tonica (T) og Dur-dominant (+D, D-dur). Ofte defineres denne Dur-dominants ♯-tone, her tertsen ♯F, som en med løst fortegn frembragt, kraftigt virkende ledetone til mol-grundtonen (harmonisk mol), som den rene, heptatonale mol ikke har. Endvidere gøres andre velkendte forklaringer på mol-fænomener som f.ex. den melodiske mol (med yderligere ophævet fast ♭ for E i skala-(melodi)opgangen), der så kædes sammen med ren mol (skala-(melodi)nedgang).

Hvad der rummes i melodisk (g)molskala-opgang med både ♯F og ♭B, (men ikke denne vej ♭E,) er i virkeligheden "legitime" toner og dermed et klart exempel på, at det er mol-harmonikken, der sprænger heptatonaliteten. Ved ligesom at lukke sig igen indenfor faste heptatonale fortegn (mol-skala(melodi)nedgangen) og gøre de sprængende fortegn (♯ ♭ og ♮) til lånte fænomener bevares i det ydre det særlige kriterium for (transponeret) heptatonalitet.*)

Ikke desto mindre er netop det harmonisk/melodiske mol-fænomen, som de hinanden spejlende klange ex.I/32/-/10) - er udtryk for, at opfatte som slangen, der frister og dermed bliver skyld i, at musikken - i kraft af kundskab om de mange forførende muligheder - drives ud af det heptatonale paradis, ud i tonal uvished. Som keruber står ♯ og ♭ med hele fortegnsbegrebet som flammesværd, visende, at ingen vej fører tilbage til den helt beskyttede Edens have, som blev skabt af s y v toner!

---

*) Melodien fra Carl Nielsens 2. symfoni (ex.I/27) med 12 forskellige toner i et koncentreret forløb er et karakteristisk exempel på, at det er de kraftige molfarver, der endnu forbinder melodien med det heptatonale. Tonematerialet dem mod vidner om, at tonaliteten er så kraftigt udvidet, at grænsen til dodecatonalitet er åbnet.

Men bag de uendelige muligheders fortegnsverden, som gennem megen musik-aktivitet har afspejlet den største forvirring, dér ligger - for at blive i billedet - det ene afgrænsede paradis efter det andet, tonalitet efter tonalitet. Den nærmeste - 12--tonaliteten, ikke 12-tempereringen - har vist sine frugter i megen musik. Men den må ideelt set (stam)navngives, det vil sige få sit domæne klart erkendt, så grænsepælene kan flyttes fra det heptatonale fortegnsrum til det dodecatonale. Og at kunne navngive tonaliteten er ensbetydende med at kunne få den og dens sande muligheder under kontrol med et skriftsprog-apparatur, der er direkte overensstemmende med tonalitetens eget væsen. Et sådant skriftsprog kan ihvertfald formuleres via det 7-linjede 12-tonale nodesystem: 12). Det er med velberåd hu, der sættes S- og K-nøgle omkring den centrale O-nøgle. Thi som det ses af 11), den 12-tonale kvintrækkes stamtoner, da er netop tonerne S og K, disse "første" legitime nye toner i den 12-tonale stamtonerække identiske med ♯F og ♭B, altså netop dem, der var udtryk for det heptatonale systems sprængning: 10).. Før var de keruber med flammesværd, spærrende tilbagevejen til ren heptatonalitet, nu er de lyskastere ind i dodeca-tonaliteten. At den igen har sin dualisme, sine keruber, må i denne sammenhæng forekomme som et rent musik-sprogligt komma-anliggende, der så tankevækkende for længst har fået navn efter tonalitetskundskabens første store mester Pythagoras. Om denne mytiske skikkelse er det sagt, at han kunne høre sfærernes harmoni, og måtte ikke den være i dyb pagt med intervallernes, det vil sige tids- og svingningsenhedernes uendelige univers? Da må den harmoni også omfattes af tonalitets-begrebets væsen, som musikkens kunst er gennemtrængt af. Og tonalitet ligger ikke udenfor systematiske undersøgelsers rækkevidde.

Tonalitetens forhold til nodesystemet

Forholdet mellem musikkens tonalitet og nodesystemets kan konkretiseres med musikalsk kendt stof som med ex.I/26,1, Passepied,I af Bachs Suite nr. 1, C-dur. Det er en smidig heptatonal melodi, der - selvom den i løbet af sine 8 takter modulerer til dominanten (G-dur) - bevæger sig selvfølgeligt fortegnsløst henover det 7-tonale 5-linjesystem. Noteret i det 5-tonale 3-linjesystem derimod, må melodien udstyres med forskellige løse fortegn og opløsningstegn (♯Z,♭X), som ikke kunne undgås f.ex. ved hjælp af faste fortegn, for der er jo ikke tale om nogen transposition af pentatonaliteten. Derfor giver nodebilledet indtryk af en ret extrem kromatik*), som slet ikke er i pagt med den rene dia-tonik, der i virkeligheden præger denne smidige heptatonale melodi.

Omvendt kan mindre tonaliteter altid meddeles fortegnsløst i større tonaliteters systemer, som Dvorak-exemplet (I/26,2) viser med den fordel, at dia-intervallernes to størrelser fremgår direkte af nodebilledet. Men lad være, at der var tale om et rent melodisk fænomen (ikke et symfoni-tema, og hvad det indebærer harmonisk og tonalt), da giver notationen i det 3-linjede system bedre information om de indre musikalske hændelser. I det tilfælde ville den pentatonale kromatik i takt 10-11 også udtryksmæssigt ses (høres) som en langt stærkere begivenhed, end den glatte dia-tonik lader ane i det heptatonale 5-linjesystem.

*) Tonal-psykologisk kunne der være tale om en relativ kromatik, idet et med ren (kvart/kvint)pentatonik opdraget øre måtte opfatte den ikke--modulatoriske eller forsiringsmæssige brug af alle fortegnsarter som en vilkårlig kromatik, førende udover det tonale (in casu:det pentatonale).

Denne vekselvirkning mellem to eller flere tonaliteter (i Dvorak-exemplets symfoniske helhed 5-, 7- og 12-tonalitet) fra samme tonal-suite kan ytre sig som et fixérbillede: hvornår er det den ene, hvornår den anden tonalitet?

For forholdet mellem 7- og 12-tonalitet kan det illustreres bl.a. med to exempler fra Carl Nielsens værker, et tidligt (1902) og et sent (1928). De er typiske for denne brydningsperiode, idet ex.I/27,I (af 2. symfoni) viser en ikke-kromatisk-modulatorisk melodispænding (Melankoliker), der trods 12-tonematerialet har stærke relationer til heptatonalitet. Derimod er ex. I/27,2 (tema af Klarinetkoncerten) en sorgløs melodileg i 12-tonalitet, uagtet temaet kun omfatter 10 toner, og selvom treklangs-, kvint- og terts-vendinger har relation til elementer, der også er karakteristiske for de mindre tonaliteter i kvart/-kvint-suiten. Således er alle ½trin i ex.I/27$_1$, heptatonalt dia-toniske, og rent melodisk er strofen kraftigt mol-farvet med g og d som centrer, medens eneste altererede interval (♭E /♯C) er den typiske neapolitanske kadence-strofe. Heraf ses – i kraft af fortegnene – spændinger, som forekommer udløste på 7-linjesystemet i exemplets 12-tone-notation. Klarinetkoncertens tema derimod, som begynder så uskyldigt i F, synes at dreje brat til Ces i takt 4 for så at svinge op over C /♭B, inden det går tilbage gennem tilsyneladende kromatik ♮-♭A (takt 6-7) for at slutte i ♭G. Uagtet hele værket har perioder med stærke heptatonale afsnit og bindinger er temaet – til forskel fra ex.I/27$_1$ – hældende til en større tonalitet. Exemplets notation i 12-tonalitetens 7-linjesystem giver derfor et sandere billede af melodiens ukomplicerede væsen. I begge tilfælde er komponistens eget tonevalg (tal-kvaliteter) bevaret, og det med-

fører, at ex.I/27$_1$ må noteres med fast ♯U (=Gis*), og de 12 tal-kvaliteter findes indenfor den ubrudte række fra -❺ til +6, medens klarinetkoncert-temaet må noteres med 3 faste b'er **) indenfor et indhold af tal-kvaliteter fra -❻ til +2**).

En musik, som nogle årtier senere er blevet endnu dybere forankret i 12-tonaliteten, får derfor også den helt selvfølgelige notation i 7-linjesystemet. Af tre exempler fra Vagn Holmboes (f.1909) kammermusik viser ex.I/27 to transponerede 12-tonetemaer, begge med 2 faste ♭'er (nr. IV, V), og én utransponeret. Men både III og IV har et tilfælde af 12-tonal kromatik (=kommaændring): nr.III med -❺ hævet til +7 (Es hævet til Dis), og opløsningen af det faste fortegn ♭N, -❼ hævet til +5 (Des hævet til Cis). Det kan skyldes agtpågivenhed overfor en egentlig heptatonal kromatik, som dog i flere tilfælde kan være legitim dia-tonik i 12-tonaliteten. Vejledende er her tal-kvaliteterne idet en melodisk nær dia-tonisk (ikke kromatisk) forbindelse af toner vil være den, der rummer de mindste differencer mellem toner, under forudsætning af at det ikke for stærkt øger differencen mellem yderpunkterne i tonalitetens samlede materiale. Når ex. 4 ændrer det faste ♭N, -7 (Des) til ♮N, +5 (Cis), er det klart tonalt begrundet, idet melodien

	0	♮N	L
	(D	Cis	B)
med tal-kvaliteterne	0	+5	+3
giver differencerne		+5	-2
til forskel fra melodien	0	♭N	L
	(D	Des	B)
med tal-kvaliteterne	0	-❼	+3
som giver disse langt større differencer		-7	+1o

og dermed betydeligt større tonal spænding.

*) Strofen er egentlig uden fast fortegn, idet tonalitetens l i g e antal toner medfører – hvilket gælder alle lige tonaliteter – at yderste tone i generatorinterval-rækken frit kan vælges fra enten ♯- eller ♭-side.

**) De faste ♭'er for N, S og L (-❼, -❽, -❾) jfr. ex. I/24

Til Holmboe-exemplets notation med to faste ♭'er (♭N,♭S) svarer temaet fra Arnold Schönbergs Præludium af klaversuite op. 25 (1924) ex.I/27,VI. Begge er i 7-tonal notation kun skrevet med ♭'er, det vil sige, at de ellers 12-tonale stamtoner S, +4 og N, +5 (hhv.♯F og ♯C) er sænket et pyth. komma til resp. ♭S,-❻ og ♭N, -❼(♭G og ♭D). En ren ♭'notation kunne tænkes valgt blot som en praktisk nødvendighed til et tænkt tempereret og derved i sig selv aldeles lukket system, der ikke kræver nogen sondring mellem ♯' og ♭'toner. En tilsvarende ren ♯-notation ville blot have medført brug af 3 faste ♯-er for tonerne U, P og K, nemlig som exemplet nr. VI viser med ♭A, ♭E, ♭B,(-❻,-❺,-❹) ændret til ♯G, ♯D, ♯A, (+6, +7, +8). *)

*) I det pentatonale 3-linjesystem og det dodekatonale 7-linjesystem må hhv.Y-og O-nøgle principielt angive resp.stamtoner i énstrenget oktav, svarende til tonen D' (énstrenget D) i.det heptatonale system. Dette musikermæssigt exakte oktavhøjde-forhold er ikke tilgodeset i de meddelte exemp.i relation mellem 5-linjesystemet og de andre systemer. Her er det blot ene tone-kvaliteten, der er afgørende. Skulle nøgle-notationer have haft exakt oktav-overensstemmende, måtte de forskellige systemers forskellige nøgler have været anvendt her, hvor det må fomodes, at selv systemernes elementære nøgler må kunne give læseren nogle vanskeligheder.

I ex. I/3o er /12/tonalitetens nøgler anvendt-akustisk exakt med to partitursider af Bela Bartoks "Musik for strengeinstrumenter, slagtøj og celesta" - 1.sats, en udpræget /12/tonal-musik, noteret i /12/tonalt, 7'linjet partitur.

De exempler, hvormed det 12-tonale 7-linjesystems funktion er demonstreret turde lade ane dets værdi som analysemiddel. Men til det formål og uafhængig af et hvilket som helst muligt tonalt linjesystem er tal-kvaliteterne, altså exponenterne for generator-intervallets svingningstal, særligt anvendelige. På baggrund af dem kan intervallers tonale spænding*) aflæses med de differencer, som i denne fremstilling har vist deres beskrivende egenskaber overordentlig markant, hvor de bestemmer dia-intervallerne i de tonale skala-dannelser.

Disse dia-intervaller - tonalbegrebets alfa og omega, afspejlet karakteristisk i klaviaturstrukturerne - repræsenterer t o trins-størrelser i skalaernes talfølger; Tonal-tabeller. At disse tal som exponenter for generator-intervallet i den givne tonalitet leder direkte til de exakte svingningstal er én side af deres egenskaber, som har ubetinget gyldighed. Men her er det selve den tonal-tabellariske mekanik, der skal belyses og da må det understreges, at begrebet tonal-tabel skal tages ret bogstaveligt som multiplikations-tabeller, f.ex. 2-, 3-, 4-tabeller etc. De har blot den karakteristiske egenskab kun at rumme så mange på hinanden følgende heltal--elementer, som er angivet med tonalitetens størrelse: fem i penta-, syv i hepta-, tolv i dodeca-tonalitet osv. Denne form for regning (modulo P, hvor P er lig med antallet af forskellige tal) har særlig betydning i tal-teorien. Selve regnings-mekanikken er den samme i tonal-tabellarisk modu-

*) Tonal spænding tidligere omtalt som blandt andet ledetonespændinger (s.72,) etc. belyses nærmere i kapitlet: Tonale grader, s.77

lo P som i almindeligt kendt aritmetisk modulo P, men der er en indholdsmæssig og derfor meget vigtig nuance-forskel mellem tonal og almindelig modulo P. Den ytrer sig netop ved, at den numeriske forskel i de to differencer som uvilkårligt forekommer mellem tallene i en multiplikations-tabel modulo P er fiktiv i den almindelige men derimod udtrykker en realistisk forskel i tonalt modulo,netop udtrykt ved forskellen mellem dia--intervallerne. Det skal belyses nærmere:

I al tonal-tabellarisk modulo P gennemføres den praksis at anvende lige mange positive og negative naturlige hele tal foruden tallet 0, dersom tonalitetens størrelse er ulige (5-, 7-tonalitet osv), medens der forekommer ét enten positivt eller negativt tal mindre i lige tonaliteter (12-tonalitet for exempel: -❻,-❺,-❹,-❸,-❷,-❶, 0,+1,+2,+3,+4,+5).

I ex.I/33 kunne de positive tal i A f.ex. være datoer i en måned (lad her den 0.dato være den sidste i foregående måned), medens de positive tal modulo 7 i række B kunne være ugedagene (0= søndag, +1= mandag, +2=tirsdag etc.). At markere hver 2. ugedag med tålene i B ville give en +2'tabel modulo 7 sådan:

datoer:	0.	2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.
tal for ugedagene	sø	ti	to	lø	ma	on	fr	sø
= +2'tabel modulo 7:	0 .	2 .	4 .	6 .	1 .	3 .	5 .	0
numerisk difference:	+2	+2	+2	-5	+2	+2	-5	

Tilsvarende kunne en -2'tabel angive ugedage bagud, sådan:

ugedage:	sø	fr	on	ma	lø	to	ti	sø	etc...
negative tal for dem:	0	-2	-4	-6	-1	-3	-5	0	
numerisk difference:		-2	-2	-2	+5	-2	-2	+5	etc...

I begge tilfælde er differencen 5 og dens fortegn i modstrid med det kvantitative forløb af to dage (positivt, respektive negativt). Men den kvalitative oplysning er korrekt: der springes 5 navne-dage frem, resp. tilbage, idet 0-dagen passeres.Reglen for modulo-regning siger at +2 og -(P-2) modulo P giver samme resultat.

Rækken i ex.I-33 med ligelig fordeling af positive og negative tal på hver side af nul kunne for exempel angive alfabetets første 7 bogstaver med det midterste, D, som nr. 0, og lad det være ren a-mols 7 stamtoner, som (uden overtangenter) anbringes på en almindelig tangentrække, der ordenstals-nummereres, således at positive ordenstal angiver diskantens successivt stigende og negative tal de faldende stamtoner, når nul'te tone D står i centrum. Derunder fremhæves da hhv. hver 2. tone i rækken af stamtoner med deres ordenstal, modulo 7 og deres numeriske differencer samt resp. tonerække. Tilsvarende fremhæves hver 4. af skalaens toner, ex: I/33.

RECIPROKE TONALITETER

I relation til de 7 numre, stamtonerne her har har fået tildelt rent skematisk, er det helt korrekt, at hver 2. tone giver en +2'tabel modulo 7, medens hver 4. tone giver en -3'tabel modulo 7, sådan som det også fremgår af de almindeligt aritmetiske modulo 7 tabeller i ex.I/33c. Differencerne er også korrekte rent numerisk. Men med forhåndskendskab til stamtonerækkens almindelige intervaller ses det, at +2'tabellen giver en blanding af små og store tertser, de store markeret med *. Disse forskelle i intervaller stemmer imidlertid ikke på nogen måde overens med forskellene i differencer. Det gør de heller ikke med hver 4. stamtone og deraf følgende -3'tabel modulo 7, som giver en række af rene kvinter - F C G D A E B - altså fuldstændig ens intervaller, som derfor også skulle være uden forskel i difference mellem "kvaliteterne", medens -3'tabellen har differencerne +4 og -3, som på den måde giver misvisende oplysninger om interval-størrelserne.

Hvis derimod hver 4. stamtone (kvintrækken) får en tonal-tabel med én og samme difference, da måtte dén være dækkende, og den eneste tonal-tabel modulo P med sådanne fortløbende ens differencer mellem alle modulets (tonalitetens) elementer, inden gentagelse af dem finder sted, er +' og -1'tabellerne *) med denne rækkefølge af syv kvaliteter: ❸ ❷ ❶ 0 +1 +2 +3
difference: +1 +1 +1 +1 +1 +1

eller den negative: +3 +2 +1 0 ❶ ❷ ❸
difference: -1 -1 -1 -1 -1 -1

Det vil sige, at den viste kvintrækkes tone-elementer skulle have kvaliteterne: ❸ ❷ ❶ 0 +1 +2 +3
på kvinttonerne: F C G D A E B og det er jo netop de exponenter z for kvintens svingningstal $(3:2)^z$, der for længst i denne fremstilling er blevet knæsat som tonernes tal-kvaliteter. På denne måde afdækkes der et reciprokt forhold mellem den tabel, modulo 7, som svarer til kvinttonernes ordenstal (det kvantitative) i skaladannelsen og den tonal-tabel, der opstår ved omgrupperinger af exponenterne (det kvalitative) for tonernes svingningstal, kvinten (3:2) :

ex. I/34

Tilsvarende blot omvendte forhold mellem de to modulo-tabeller opstår, dersom hver 2. tone i skalaen repræsenterer ens intervaller. Dette var ikke tilfældet i ex.I s.64, hvor hver 2. tone i kvart/kvint-suitens skala A B C D E F G udgør følger af to forskellige "tertser", der er konsekvens af oktavomlægning af oprindeligt kvint-skabte toner.

Denne -1'tabel kunne også kaldes p-1'tabellen modulo P, idet -1 i denne forbindelse jo netop som ordenstal repræsenterer det P-1'te element, jfr. ex.I/33$_I$, hvor -1'tabellen jo netop modulo 7, repræsenterer hvert 6. eller P-1'te element i rækken: 0. 6. 12. 18 etc.
modulo 7= 0 ❶ ❷ ❸ .....

Men hermed kan endelig naturtertsen (5:4) vises som suverænt generator-interval, og i den egenskab vil naturtertsen, ligesom kvinten, også føre til en hepta-tonalitet, omend dia-intervallisk anderledes disponeret end kvart/kvint-heptatonaliteten (jfr. ex I/34½. Her får da naturterts-suiten en +2'tabel modulo 7 som (kvantitativ) ordenstal-tabel for generator-intervaller, hvis tal-kvaliteter i oktav-omlægning til skala giver en (kvalitativ) tonal -3'tabel. Med naturtertsen som generator må der imidlertid vælges andre stamnavne end A B C...etc for ikke at skabe forvekslinger. Lad da stamnavnene i skala-rækkefølge være Q R S T U V X med disse tal-kvaliteter, dvs exponenter for (5:4):
❸❷❶ 0+1+2+3

ex. I/34½.

Tonaliteter af størrelsen P kan kaldes reciproke,*) når de, som det fremgår her, forholder sig således til hinanden, at den "kvantitative" ordenstal-tabel modulo P for generator-intervallernes placering i stamtone-skalaen for den ene tonalitet er lig med den kvalitative tonal-tabel for den anden.

Reciproke tonaliteter må ikke forveksles med komplementære tonaliteter (s.33) der afspejles som over- og undertangenter i samme klaviatur, har samme komplementære generator-intervaller, men består af forskelligt antal af toner. Reciprokke må også holdes ude fra, hvad der kaldes kongruente tonaliteter, som har numerisk samme, men indbyrdes fortegnsomvendte tonal-tabeller og derfor danner klaviatur-strukturer med forskelligt antal overtangenter (jfr. ex.I/35).

Af ex. I/36,VII/VIII ses de to (struktuelt) reciprokke hepta-tonaliteter, med deres klaviaturer K, hvori

*) NB: Det er med velberåd hu, at tonal reciprocitet her belyses detaljeret, idet kendskab til enhver mulig tonal-tabellarisk reciprocitet er forudsætning for udregning ag generatorintervalliske svingningstal - jfr, Tonal-periode side 86-87.

overtangenterne (den sekundære komplementær-tonalitet) er placeret regelret mellem dia-plus intervallerne (hhv. de fem dia+2, der forudsiger en 12-tonalitet som denne tonal-suites næste, og de tre dia+4, der viser hentil en 10-tonalitet som naturterts-suitens næste). Nodesystemer - N,I,II - for begge heptatonaliteter er naturligvis 5-linjede, med notation i velkendt dobbelt-system (G- og F-nøgle) for kvint-rækken (N,I), medens enkeltsystem i T-nøgle er tilstrækkeligt for terts-rækken, hvoraf to af generatorinterval-rækkens toner foruden 0-tonen ligger indenfor der centrale stamtonerække: q R s T u V x, til forskel fra kvint-rækkens toner, hvoraf kun 0-tonen indgår direkte i den centrale stamtonerække: a b c D e f g. Exemplets I,M og II,M samt respektive D-/D+ viser stamtonernes ordenstal modulo 7 og de numeriske differencer (hhv +4/-3 og +2/-5), som er fiktive, dvs uden de reelle intervalliske forskelle, som tallene kunne antyde, berende på, at det er (kvantitative) ordenstals-differencer, hvorimod de er realistiske som differencer mellem tonal-tabellens kvaliteter.*) Af hhv kvart/kvint og terts/sext-rækkens nodesystemer kan det principielt - som før bemærket - ikke direkte aflæses af nodernes skala-linje, hvor de forskellige dia+ og dia- intervaller findes i skalaen. Derom giver ganske vist klaviaturerne - N,I og II - et vigtigt praj med indskydelsen af overtangenter mellem dia+ intervallernes stamtoner, men det egentlige diaintervalliske størrelsesforhold må udregnes. Da kan det grafisk markeres - ex. I-35 IV - hvordan æquidistant noterede intervaller i respektive tonaliteter forholder sig til hinanden, hvilket svingningstallene for de dia-toniske skalaer i disse to (strukturelt) reciproke tonaliteter ikke siger meget om.

*) Som dia-intervalliske differencer udtrykker de, hvad flere gange er under streget, en exakt interval-størrelse. At tonal-tabellens egne tal, hver for sig både med numerisk værdi og fortegn udtrykker et andet, ganske præcist og håbefint tonalt forhold fremgår af afsnittet: Tonale grader s.77

Det reciprokke ved de tal, der angiver sådanne tabellers størrelse - her tabellerne -3 resp. +2 modulo 7 - fremgår af det almindelige kriterium for reciproke tal:

deres produkt er lig med tallet 1 (her modulo 7)

$-3 \cdot +2 = -6 = +1$ modulo 7.

Reglen gælder tabelstørrelserne for ethvert par af reciprokke tonaliteter. Lad disse tonaliteter have hhv en b'tabel og en d'tabel, medens tonalitets-størrelsen er = **P**, da kan formlen skrives:

$b \cdot d = +1$ modulo P — Skønt her er tale om heltalsregning gælder også den kommutative lov for denne formel:

$1 : b = d$ modulo P — eller

$1 : d = b$ modulo P

Disse divisions-former, som er meget vigtige for videregående tonal teori, kræver at der må "lånes" et adækvat antal P for at divisionen kan gennemføres med heltallig kvotient . Men det er jo i princippet ganske det samme som, at et vist multiplum af P "kastes bort", når $b \cdot d = +1$ (modulo $P = -n \cdot P$) Men dersom en tabels tal er negativt, så formlen bliver $-b \cdot d = +1$ (modulo $P = +n \cdot P$), da er der her også tale om "at låne" et antal P. Divisionsformen af formlen fører til en tonal-kvotient. Den musikalsk/tonale betragtningsmåde af dette fænomen er den stilti-ende selvfølgelighed, at en tone kan hæves eller sænkes et vilkårligt antal oktaver ($+n \cdot P$ eller $-n \cdot P$, er jo netop oktav-hævninger eller -sænkninger), og tonen forbliver den samme (identitet). Om den praktiske anvendelse af tonal-kvotient udregning se side 68 .

Nogle karakteristiske træk ved disse reciproke tonale forhold skal vises med endnu nogle exempler, taget fra de 16 mulige skala-dannelser i 17-tonaliteter, hvoraf kvart/kvint-suitens

17-tonalitet har tonal-tabellen +5 med +7'tabellens tonalitet som den reciproke. Her en oversigt over b' og d'tabellernes tal og deres produkt (+1) modulo 17:*)

tabel: b . d		+/- multipla af 17:	
+1 · +1	= + 1	(+0.)	=
+2 · -8	= -16	(+1.)	=
+3 · +6	= +18	(-1.)	=
+4 · -4	= -16	(+1.)	=
+5 · +7	= +35	(-2.)	=
+6 · +3	= +18	(-1.)	=
+7 · +5	= +35	(-2.)	=
+8 · -2	= -16	(+1.)	=

-8 · +2	= -16	(+1.)	=
-7 · -5	= +35	(-2.)	=
etc. med omvendte fortegn.		etc.	

+ 1 modulo 17

Af disse reciproke tonaliteter (-tabeller) er de med *——* mærkede stillet sammen i Ex.I/35,V/VI. Her ses endnu tydeligere end i ex.I/34 III/IV det for dem igrunden selvfølgelige struktur-træk: spejl-forholdet, hvori de to omgrupperingsmønstre står til hinanden (i.e. mønstrene fra tonal-tabel til generator-intervallets successivt stigende/faldende exponenter, resp. generator-intervallernes ordenstal i skalaen (ordens-tabel) omgruppering til heltal-række: oktav-omlægningerne). Med alle deres tal forbundet af omgrupperings-linjer demonstrerer de to tabeller hhv b-tabel og d-tabel deres gensidighed, der netop kan udtrykkes med ligningen +1 = b·d eller d·b

Sammenstillingen af tallene for reciproke tabeller modulo 17 viser ikke blot, at vilkårlige multipla af 17 kan kastes bort, når produktet b·d er større end 17, men der kan også "lånes" nødvendige antal af 17, når produktet er negativt (jfr. oversigtens positive tal i parentes, som angiver lån af 17, for at få det positive produkt +1). Dette er baggrunden for den udregnings-metode (division, modulo P), hvormed tonal-tabellens tal kan findes, hvis generator-intervallets position i skalaen er kendt, eller omvendt, at positionen for +1 i skalaer kan findes, når tonal-tabellens tal er kendt.

*) jfr. analyser ex.II/25 og 26 med /17/tonale klaviaturer og tonaltabeller samt ex.II/60,61 med omgrupperinger af /17/tonaliteter fra tonal-geometrisk plan til celle-plan.

Et par exempler kan være nyttige: Lad generator-intervallet med kvalitet +1 på 7.plads i stamtonerækken være kendt, hvorimod 17-tonalitetens tonal-tabel for den stamtonerække, kvarten frembringer, i dette tilfælde er ukendt. Da fremgår tonal-tabellens tal af kvotienten i ligningen:

$$\frac{+1 \quad +/-n\cdot P}{7} \qquad \text{in casu:} \qquad \frac{+1 \; +2\cdot 17}{7} = +5 \quad \text{(jfr. Ex.I/35,V)}$$

Lånet af 2·17 er som en katalysator, der gør regnings-processen mulig. Der står denne ligning: $\frac{1}{7} = +5$ modulo 17 og ligningen giver da den oplysning, at tonal-tabellen er en +5'tabel, hvori - hvad her var forudsætningen - generatorintervallet med kvalitet +1 står på 7. plads. På en vis måde er det også 1:7 der søges, nemlig - efter 0.tangent - den 1. af de tangenter fra 0. til 7., der danner fløjene i klaviaturets interval fra D til kvarten G i 17-tonaliteten:

1 / 1	= en kvart
/D/e♭/d♯/E/F/g♭/f♯/G/	= skala-trin (17 skala) (m.heptatonale navne)
$\frac{1}{7}$	= 1 stamtonetrin i 17-skalaen
0+5·7·2+3+8·0+1...	= tonal-tabel (fragment)

Havde tabellens tal +5 været kendt, men ikke positionen, måtte ligningen blive: $\frac{1+(2\cdot 17)}{5} = +7$

Exempel I/23 rummer tre fuldstændige modulo-tabeller for 29-, 41- og 53-tonaliteterne i kvart/kvint-suiten, på dem kan udregninger efterprøves, blot må det erindres, at 12-tonalitet er den primære i de tre exempler, hvorfor også kvint er det primære generatorinterval (3:2 = kvalitet +1).*) I alle tre tilfælde er tonal-tabellen en +12'tabel, og det giver disse ligninger, når det er positionen for kvalitet +1 i stamtonerækken der søges:

$$\frac{1+(7\cdot 29)}{12} = +17 \quad \text{og} \quad \frac{1+(7\cdot 41)}{12} = +24 \quad \text{og} \quad \frac{1+(7\cdot 53)}{12} = +31$$

eller med negative parenteser:

$$\frac{1-(5\cdot 29)}{12} = -12 \quad \text{og} \quad \frac{1-(5\cdot 41)}{12} = -17 \quad \text{og} \quad \frac{1-(5\cdot 53)}{12} = -22$$

— I alle tilfælde siger ligningernes kvotienter, på hvilken plads i stamtonerækken +1 står, hvadenten pladsen (positionen) er angivet positivt eller negativt, modulo P.

*) Havde undertangenter været primære for hhv 17-,29- og 41-tonaliteter, ville tabel-fortegnene have været omvendt, fordi kvart (4:3) og ikke kvint er primær generator for dem.

Kvotienterne viser dermed ogsa, at disse hhv 29-, 41- og 53-tonaliteter - alle med tonal-tabel +12 - som deres reciproke tonaliteters tabeller har -12'tabel modulo 29, -17'tabel modulo 41 og -22'tabel modulo 53. Et indtryk af disse større tonaliteters spejlvendte forhold til hinanden giver ex.I/37 IX, med omgrupperingsmønstrene for de to 41-tonaliteter med hhv -17' og +12' som de reciproke d' og b'tabeller*).

Nærliggende er det naturligvis at konstatere, hvilken tonalitet der er reciprok til selve 12-tonaliteten, hvis generator-interval kvint som bekendt står på 7. plads i 12-skalaen. Den findes altsa med ligningen:

$$\frac{1-(3\cdot 12)}{7} = -5 \qquad \frac{1}{1}$$

= en kvint

/D/$^{\flat}$e/E/F/$^{\sharp}$f/G/$^{\flat}$a/A/ = skala-trin (12-skala) (m.heptatonale navne)

$\frac{1}{7}$ = 1 stamtonetrin i 12-skala

0-❺+2-❸+4-❶-❻+1... = tonal-tabel (fragment)

Men 12-tonalitet med tonal-tabel -5 er jo netop kvart/kvint-suitens, som det ogsa fremgar af ovenstaende. Det vil sige, at 12-tonaliteten er reciprok til sig selv (!), idet -5·-5=25=+1 modulo 12. Som følge deraf er denne 12-tonalitets omgrupperingsmønster symmetrisk i sig selv, altsa spejlvendt omkring bade den lodrette og vandrette akse i mønstret, som det fremgar af ex.I/37$_X$ 12+5. (Denne selv-spejling af sit omgrupperingsmønster forekommer naturligvis med alle b' og d'tabeller, hvis tal b^2 resp. d^2 = +1 modulo P, et forhold som behandles med særlig interesse i videregaende tonal-teori, jfr.s.16o). Heraf følger, at en 12-tonalitet, der matte have tonal +5'tabel ogsa er reciprok til sig selv (jfr. ex.I/37$_X$). Desuden gælder for alle tonale størrelser, at de elementære tonal-tabeller +1' og -1'tabellerne har enkle, selvspejlende omgrupperingsmønstre,

*) En oversigt over sadanne reciproke tonaliteter giver ex. 14, som ganske vist tilhører en anden sammenhæng i Videregaende tonal-teori. Her er kun tale om tonaliteter af ulige størrelse (rk. tv). Den naturlige (drejede) talrække i midten er b'tabel(+)for den d'tabel, der star i denne lodrette række, vandret ud for tonalitetens størrelse. Saledes ses de side 67 anførte d'tabellers tal her i rækken vandret for tonalitets-størrelsen 17 - NB: tallene i negativt tryk er negative tabel'tal.

alle af principielt samme art som 12-tonalitetens (ex. I/37).

Hvis man tænkte sig andre end disse fire tonal-tabeller modulo 12 ville ingen af dem kunne indeholde alle 12 kvaliteter omkring 0 fra -6 til +5. Her er f.ex. tre positive tabeller:

0 +2 +4 -❻ -❺ -❷ 0...
0 +5 -❻ -❸ 0....
0 +4 -❺ 0....
0 +6 0....

De tilsvarende negative tabeller ville blot have omvendte fortegn. Forklaringen er sare enkel: En tonalitet, hvis størrelse ikke er et primtal kan ikke indeholde tonaliteter med tabel-tal, der enten er divisor i eller har divisor fælles med tonal-størrelsens tal P.

divisor-tonaliteter s.113 og divisor-koder s.173.

De fire tabellarisk mulige 12-tonaliteter er - som alle tonaliteter - parvist forbundne, idet numerisk identiske men fortegnsomvendte tonal-tabeller danner komplementære klaviatur-strukturer. Det ses tydeligt af ex.I/37$_X$ med de klaviatur-par, hvis muligheder for at anbringe overtangenter imellem undertangenterne er de omvendte af hinanden.

Af 12-tonale tabeller og tonale strukturer findes derfor ingen andre end disse fire. At de hver for sig desuden er reciproke til sig selv - altsa strukturelt selv-spejlende - gør disse 12-tonaliteter ganske enestaende. Noget lignende kan ikke forekomme med andre tonale størrelser. Det kunne give anledning til mange betragtninger over t a l l e t 1 2, men kun enkelte, tonalt relevante forhold skal nævnes i denne sammenhæng.

....naturvidenskabernes udvikling har gang på gang belært os om, at spirer til fremskridt netop ofte kan ligge i det rette valg af definitioner...

NIELS BOHR

$12 = 2^2 \cdot 3$

Gennem 3-, 5- og 7-tonalitet kommer kvart/kvint-suiten til den 12-tonalitet, der er som et skæringspunkt, hvorimod de tidligere tonaliteter sigtede, og hvorfra der åbner sig et vidt tonalt perspektiv. Nedenfor skal tallet 12 ses i relation til en række elementære tonale og musikalske forhold:

$12 = 2^2 \cdot 3$

2 = oktavens svingningstal - identitet ("det samme"*)

2^2 = interval-dannelsernes princip (potensopløftning), her fremtrædende med identitet hævet til identitetens potens

3 = duodecimens svingningstal ("det forskellige"*), er første primtal efter n° og efter det eneste lige primtal 2 i naturtonerækken er 3 eneste tone, beliggende imellem de to identiteter 2^1 og 2^2 nemlig: $2^1 : 3 : 2^2$
hvorved de komplementære, første generator-intervaller kvint/kvart fremtræder i uforstyrret forhold til identiteterne.

Med kvint og kvart som generator-intervaller, hver med lige stor betydning for en stor sammenhæng dannes den elementære tonal-suite. Det sker på baggrund af det kriterium for oktavrums-udfyldning, som kvint/kvart-inddelingen giver:

- at kun to interval-størrelser skal kunne forekomme side om side (dia+/dia-) i det forløb af toner, som disse elementære intervaller (det forskellige) skaber med skala-dannelsen indenfor oktaven (det samme) i kraft af hver ny tones iboende identiteter.

Og netop disse tal - det til identitetens potens opløftede 2^2 og "det forskellige"s 3 får som produkt tallet 12.

*) I Platons dialog Timaios er begreberne det samme og det forskellige på lignende måde sat i relation til oktav (2:1) og duodecim (3:1).

Som kvart/kvint-suiten her er blevet fulgt, også langt ud over de musikalsk relevante størrelser, har en række karakteristiske træk vist sig undervejs til 12-tonaliteten:

t r i - tonaliteten: i den opstår intervallet sekund, $3^2 : 2^3$, den græske tonus, som er "det samme" (2) hævet til "det forskellige"s potens (3), sat i forhold til "det forskellige", hævet til "det samme"s potens.

p e n t a - tonaliteten: i dén formeres tonus, hvorved der med ditonus opstår en stor terts - det nærmeste, kvart/kvint-skabte toner på dette stadium kan komme naturtertsen $5:2^2$, hvilket har til følge, at også den lille terts opstår (her som dia+), hvorved både dur- og mol-treklangsdannelse finder sted, men uden at de har bevægelses-muligheder. Det får de først i...:

h e p t a - tonaliteten: her bliver tonus til dia+, og som dia- opstår dia-tonisk halvtrin. I skala-dannelsen, som følger heraf er det, at natur-intervallet 3:1, altså det oprindelige generator-in-interval findes i forholdet mellem 1. og 12. tone i skalarækkens fortsættelse udover den 1. oktav, hvilket karakteristisk nok gav intervallet betegnelsen duodecima = 12. På fløjene af den tonale kvart/kvint-række står diabolus F.....B en karakteristisk
-3 +3
stærk spænding, der er forbundet med skalaens op- og nedadgående ledetoner, som igen er knyttet til de nu bevægeliggjorte treklange i den tonale Dur-kadence (T) S D T, der igen har sin spejl- eller parallel-kadence med mol-treklangene Sp Dp Tp (jfr. ex. I/32). Fra dette mol-fænomen kom spændinger, som førte til bevægelser ud i området mellem 7- og 12-tonalitet.

D o d e c a - t o n a l i t e t e n

I kraft af behovet for stadig flere toner end heptatonalitetens 7 tildannes det karakteristiske 12-klaviatur. Det er ingen vilkårlig klaviatur-tilblivelse, men en simpel følge af, at tonalsuite-begrebets grundprincip realiseres uvilkårligt. Dermed ligger vejen åben for 12-tonalitet, og hvad deraf følger tonalt, som vist bl.a. med 12-tonaliteten som primær i 29-, 41- og 53-klaviaturerne. Det har været til at se for enhver.

Mærkværdigvis er dette forhold blevet taget som en vilkårlig selvfølgelighed, og skønt det ligger lige ved vejkanten, er det nærmest blevet betragtet som en ussel flækket træsko, lige til at kassere*), ligesom det spillevende tonalitets-begreb af toneangivende kredse verden over undertiden ikke er blevet tillagt mere værdi end en død krage.

Et sammentræf af to forhold - et psykologisk og et fysisk - fører i første omgang til en musikalsk/kunstnerisk lyksalig fest, der sætter sine frugter i et par århundreders musik: 12-tempereringen. Det tidligere nævnte psykologiske forhold - "Zurechthören" - der ytrer sig i, at øret uvilkårligt kan indstille sig på "det rigtige"**) trods en vis forstemthed - er baggrunden for, at 7-tonalitetens 12-toneklaviatur kan få sine dia-intervalliske forskelle udjævnet. Det går ud over 12-tonalitetens #/b-interval: det pythagoræiske komma, netop det interval som 12 rene kvinter er større end 7 oktaver. Der sker ganske enkelt det, at enhver kvint i generatorinterval-rækken bliver gjort 1/12 af et pythagoræisk komma***) mindre end den rene kvint (3:2). Derved forsvinder ~~forsvinder~~ også forskellene mellem diatonisk 1/2tone f.ex. e-f og kromatisk halvtone f- #f. Populært sagt: man hugger en hæl og skærer en tå for at få intervallerne til "at gå op i 12". I stedet for skala-intervallerne, dia+ og dia-, skabt af tonalitets-begrebets her uglesete datter, den rene kvint, indsættes "kromatiske" steddøtre, ens som vanddråber. Det går godt, så længe denne lille "korrektion" tjener det ene, tonalt set praktiske formål at kunne transponere udover de muligheder som 7 tonalitetens almindelige klaviatur giver med 5 #/b-toner (overtangenterne), jfr. Bachs "Wohltemperiertes".

Den stadig kraftigere samklangsmæssige og melodiske farvelægning

---

*) Det blev demonstreret ganske bogstaveligt af koreaneren (pianisten) Nam June Paik, som til sin af symbolik mættede optræden rundt omkring i den vestlige verden blandt f.ex. elektroniske lydgivere også krævede et gammelt klaver. Efter at have betjent det konventionelt i dilettantisk stil blev det væltet,sparket og sluttelig hugget og savet itu,som var det blot en flækket træsko.

**)Mange fint registrerende ører hører 12-tempereringen især af kvint og og kvart som tilsløring af rene intervaller, et generende moment,som [illegible] fin- strygere og blæsere kan [illegible] af.

***)jfr. tonale grader".s.77 ff.

(kromatisering), ikke mindst i klavermusikken fører ganske vist til en fornemmelse af det næsten overmodne, jo fjernere #/b-områder, der tages i brug, samtidig med at musikkens tøjr er fæstnet til heptatonale tonearters grundtoner. Det problematiske i denne forbindelse opstår, idet tempereringen[x)] tages for mere end en instrumental nødhjælp og derved baner vej for den forestilling, at enhver (f.ex. elektronisk frembragt) findeling ved temperering som musikalsk-kunstnerisk materiale skulle kunne lede til dybere forståelse af tonens verden. Her passer eventyrbilledet igen, idet prinsen (det gode,retfærdige), der i det skønne søger det sande, ikke lader sig nøje med det omtrentlige. Det fristes steddøtrene til at opnå ved at skære en tå og hugge en hæl - uanset smerten - men han venter, til han finder den fod, der nøjagtigt passer i skoen, det sande mål for den skønhed, der blev væk for ham midt under festen.

---

x) jfr.s.75.

Temperering får sin store betydning indenfor en større helhed af tonaliteter (jfr. Tonal periode, s.75),idet tempererede intervaller (dvs. intervaller af typen $2^{1:p}$, hvor p er lig med en tonalitets størrelse) bliver vigtige neutrale måle-enheder, som det fremgår af "Tonale Grader" side 77 ff. og mange senere analyser.

Den tonale p e r i o d e

Blandt intervaller af enhver størrelsesorden har de tempererede intervaller også deres selvfølgelige plads. De er ganske vist ikke at finde i naturtonernes principielt uendelige række, hvad utallige andre intervaller heller ikke er. Når tempererings*) imidlertid ikke sidestilles med dia-intervallisk tonal-deling af oktaven, er det, bl.a. fordi tempererings-fænomenet indtager en ganske særlig, central plads i et fuldt udbygget tonalt struktur-kompleks, hvori intervaller med enhver svingnings-tidsenhed indgår. Ved således at placere temperatur-fænomenet, hvor det står suverænt i helheden, vil det med al ønskelig tydelighed fremgå, at tempereret oktav-deling er et statisk, et neutralt og i sig selv spændingsløst lukket system i modsætning til tonale oktav-delinger, der er dynamiske, spændingsfyldte. Det sidste yttrer sig ved, at tonale oktav-delingers komplementære generator-intervaller bestandigt producerer nye tonal-delinger (tonal-suite), medens den neutrale oktav-tempererings kun producerer sig selv.

I det følgende vil tempereret oktav-deling blive kaldet neutral-deling, f.ex. neutral 12-deling; tempererede intervaller eller interval-punkter kaldes ligeledes neutrale.

Neutral-delingen får først sin rette plads med fuldstændiggørelsen af det billede, der dannes af tonaliteters mangefold indenfor én og samme tonale størrelse, som udgør en strukturhelhed, der kaldes t o n a l p e r i o d e, eller f.ex. blot periode af størrelsen P. Men inden redegørelsen herfor, et tilbageblik:

*) I det følgende refererer tempererings kun til deling af oktaven i intervallisk lige store dele. Iøvrigt kan tempererings af interval-enheder forekomme indenfor ethvert intervals ramme, jfr. INTERVALLER s.2o, hvor naturintervallet 5:1 er ramme om 4 lige store, altså tempererede kvinter.

Det har hidtil i fremstillingen af tonalitets-begrebet været vist fragmentarisk, at flere forskellige tonale strukturer af samme størrelse kan forekomme side om side:

ex.I/13,II viser tonaliteter af størrelserne 12,17 og 19, parvist forbundne med deres komplementære klaviaturer;

ex.I/36,VII-VIII præsenterer første gang de reciprokt forbundne 7-tonaliteter med suveræne klaviatur-strukturer,som dog hver på anden måde må være forbundet med numerisk identiske men fortegnsomvendte tonal-tabeller og deraf følgende komplementære klaviatur-strukturer.

ex.I/37,IX i relation til kvart/kvint-suiten peger på reciproke 41-tonaliteter, der begge igen må have deres komplementære klaviatur-strukturer, hvilket også gælder de fire 17-tonaliteter i...

ex.I/35,V-VI, hvis forklarende text (s.67) ydermere henviser til 16 mulige tonal-tabeller fra -8 til +8 som udtryk for lige så mange forskellige tonalitets-strukturer af størrelsen 17, hvoraf kvart/kvint-suitens med -5'tabel modulo 17 kan være den ene, altså en tonal 17 periode, hvori kun mangler den neutrale 17-deling.

ex.I/37,X viser de eneste mulige fire tonal-strukturer for 12-tonaliteter, og texten (s.69-70) gør opmærksom på, at denne indskrænkning i antallet af mulige 12-tonale strukturer kan forklares ud fra det rent aritmetiske forhold, at divisorer (resp. deres multipla) for tallet 12 ikke kan danne (tonal)tabeller, der rummer alle 12 tal(kvaliteter). Dette enkle aritmetiske forhold angår naturligvis alle tonale perioder P, hvor P ikke er et primtal.

ex.I/36,VII-VIII har en forklarende text (s.69-70), hvoraf det fremgår, at en tonal-tabels reciproke tal angiver dén plads i tonalitetens stamtone-række (skala-dannelse), hvorpå den pågældende tonalitets generator-interval (kvalitet +1) står. Når det vides, hvilken intervallisk tolerance, der kan gives svingningstal på denne plads (resp. alle andre pladser) i skalaen, da kan der gives mulige svingningstal for generator-intervaller, hørende til enhver tonal-tabel (tonalitet) i den tonale periode P. Et neutralt mål (svingningstal) for sådanne pladser giver den neutrale oktav-deling i p interval-enheder. Derom i det følgende.

Intervallet c r o m a og tonale g r a d e r

Gud skabte de naturlige tal,
alt andet er menneskeværk.

LEOPOLD KRONECKER.

I en tonal periode står tempereringens neutrale punkter som de mål i forhold til hvilke kvaliteterne i periodens tonaliteter forholder sig positivt (større end) eller negativt (mindre end). Det skal belyses nedenfor i relation til ex. I/4o-42.

Fasthold kriteriet for en tonalitet:

- at generator-intervallet danner en skala, der fra tone til tone kun rummer de to interval-størrelser dia-plus og dia-minus -

og kriteriet for springe fra tonalitet P til nærmeste nye tonalitet Q i tonal-suiten:

- at alle (store) dia-plus intervaller i tonalitet P gøres mindre af de nye toner, generator-intervallet producerer, hvorved der dannes et nyt (dia)-interval,som 1.gang optræder i tonalitet Q.

Dette nye dia-interval fra Q, som ikke forekommer i tonalitet P, kan P imidlertid låne, thi det er dens "kromatiske", hævende/sænkende ♯/♭-interval. Som også tidligere konstateret (s.2) og her vist med svingningstal i ex.I/4o, kolonne c), d) er ♯/♭-intervallerne derfor altid forskellige fra tonalitet til tonalitet i en suite. Lad dem som begreb og som konkret interval i relation til givne tonaliteter være kaldt intervallet c r o m a. Svingningstallet for dette croma i tonalitet P er lig med kvotienten af dens dia-intervallers svingningstal:

$$\frac{d\,i\,a\,+}{d\,i\,a\,-} = C\,R\,O\,M\,A$$

Som oversigten ex.I/4o viser med kolonne b) dannes et croma-interval for tonaliteten P med tonen, der opstår, så såre det primære generator-interval hæves til P'te potens. Idet 0'te potens altid er generatorens udgangspunkt vil ihvertfald croma forekomme med den P+1'te tone i generator-intervalrækken uanset fra hvilken s t a m-tone, der tages P+1 generatorinterval-skridt i ♯- eller ♭-retning. Når de komplementære generator-intervaller går i samme retning fører de til modsat"ladet"

croma-interval. Stigende primær-intervaller fører til positivt croma (♯), faldende til negativt (♭) og dermed omvendt for de sekundære af de komplementære generator-intervaller. Reglen er allerede vist i praksis med tri- og pentatonalitet, der har kvart (4:3) som primær-interval, medens hepta- og dodecatonalitet har kvint (3:2) - jfr. s.24 . Overensstemmende hermed er svingningstallet for negativt croma (♭) det reciproke af positivt, jfr. ex. I/4o, kolonne d).

Af de forskellige ♯-intervaller i kolonne c) ses det, at croma i én tonalitet P ikke nødvendigvis er et større interval end croma'et i den efterfølgende tonalitet Q.*) Ved mærket * i kolonne c) ses croma-intervaller i P, tonaliteter, som er mindre end croma i efterfølgende Q-tonalitet, hvor dette tidligere croma da bliver legitimt dia-minus interval.

NB: Fra og med Q-tonaliteten efter hver *-mærkede P-tonalitet skifter de komplementære generator-intervaller egenskab som resp. primære og sekundære - jfr. fodnote og Tonale suiter ex.-II/3-15

Til en tonalitets croma-intervaller er knyttet et for tonal-teorien grundlæggende fænomen: de t o n a l e g r a d e r. Disse positive og negative g r a d e r betegner for P-tonaliteter deres respektive kvaliteters afvigelser fra de punkter, som markeres af den neutrale (i.e. tempererede) P-deling af oktaven. Gradernes konkrete intervalliske størrelse beror på størrelsen af croma-intervallet. Generelt gælder følgende:

- at én grad er lig med én (intervallisk) P'te del (1:P) af P-tonalitetens croma-intervaller (♯/♭), og det medfører....
- at tonal-tabellens tal-kvaliteter med deres pålydende og fortegn angiver gradernes antal og retning i forhold til de neutrale punkter.

---

*) Kun i én af uendeligt mange tonal-suiter - kaldet "Fibonacci-suiten", (jfr.ex.I/12 og II/15-16 etc.s.161,171- bliver alle croma-intervaller successive mindre i suitens hele forløb. Forbundet dermed er det forhold, at suitens komplementære intervaller skiftevis er primære og sekundære i suite-tonaliteter,hvis størrelser svarer til tallene i den berømte Fibonacci-talrække: (o,1,1,2)3,5,8,13,21,34 etc.

ad. EX. I/41

Dette forhold belyses med ex. I/41 i relation til de seks mulige strukturer for hepta-tonaliteter, hvoraf exemplets 3) r svarer til kvart/kvint-suitens heptatonalitet, og 2) s også er struktur for naturterts-heptatonaliteten (jfr. ex. I/36/II).

For alle exemplets dele ①, ②, ③ gælder, at tonaliteternes croma--intervaller skal betragtes som fuldstændig ens (et uomgængeligt princip, som her skal anskues i tilknytning til kvart/kvint-suitens croma, jfr. ex. I/4o c)). Der findes et uendeligt antal mulige cromaer for enhver tonal-størrelse P, men når ét croma er fikseret, f.ex. i relation til én given tonalitet (her: kvart/kvint-suitens), da gælder netop dét croma, som intervallisk mål for croma'er i de øvrige tonaliteter, med hvilke denne tonalitet er forbundet i én p e r i o d e. Hver del af exemplet hhv. ① ② ③ omfatter et interval-område på 7 o k t a v e r, hvoraf midterlinjen n angiver de neutrale (tempererede) syv punkter i hver oktav. Denne helhed af 7^2 (eller for P-tonaliteter P^2) faktorer er delt op i komplementær-intervalliske dele, M- og W-delene, som er komplementære indenfor målet af 7 oktaver:

M-delen omfatter fuldstændige rækker af respektive tonaliteters mindste, fra O faldende komplementær-intervaller, medens

W-delen udgør rækkerne af tonaliteternes største, her stigende af de komplementære intervaller.

Det er selvfølgeligt, at 7 tonaliteters 2 range 7 komplementære,fra O hhv. stigende og faldende intervaller giver et strøk på 7 oktaver, jfr. i), hvori 7. oktav fra M- til W-delenes croma-intervaller har stiplet linje. Omkring udgangspunktet for henholdsvis stigende store og faldende små komplementær-intervaller er 7-oktav-strækket opdelt sådan,at

M-intervaller (små) har deres 7 kvaliteter ($0^{til}6$) indenfor hhv 1, 2 og 3 oktaver(svarende til exempel-numrene) og korrespondere-rende med rækkerne af

W-intervaller (store),hvis kvaliteter ($0^{til}6$) breder sig over de "komplementære" 6,5 og 4 oktaver.

0-toner lukker 7-oktav-rammen om de forskellige komplementære generatorinterval-rækker.

Det er i relation til denne lukning af oktav-rammen, at croma og det tonale grad-fænomen må betragtes. I alle exempel-dele (1), (2), (3) ses, at 7-oktav-stammen for r,rækkernes samlede mål af intervaller er forskudt i W-retning udover den rammekant, der er afstukket af 0-tonens oktaver, medens s-rækkernes 7-oktav-stammer tilsvarende er forskudt i M-retning udover (0)-oktavernes rammekant. Dette overskydende interval er tonalitetens croma-interval.

Først en hypotese: Hvis alle r-rækkens W-intervaller havde været tempererede (neutrale) ville de nøje have ramt hhv hver 4. 5. eller 6. af (n)-rækkens neutrale toner og dermed være "gået op" i tilsvarende 4., 5. eller 6. oktav til 0-tonen. Men da ville alle kun have dannet én og samme neutrale tonalitet.

De 7 W-intervaller behøver imidlertid foruden oktav-antallet også et positivt croma-interval for at kunne få plads til alle 7 intervaller (8 toner) (jfr. +C), da må hvert W-interval i hver r-række være 1:7 af et croma s t ø r r e end et tempereret interval. Det er denne 7.del croma (eller for andre P-tonaliteter 1:P croma) der udgør é n t o n a l g r a d. Gradens størrelse er derfor helt betinget af det croma-interval, der må være af én og samme størrelse for alle tonaliteter, der hører sammen i én svingningstalsmæssigt fixeret tonal periode. Principielt kan der fixeres vilkårligt mange perioder af samme numeriske størrelse, idet der indenfor croma-intervallets tolerance gives uendeligt mange svingningstal. Dog må der for r e g u l æ r e tonaliteter accepteres en grænse for croma-størrelsen, nemlig at croma skal være mindre end én neutral interval-enhed for den givne periode. Det vil sige, at croma for regulære tonaliteter i 7-perioden må have svingningstal mindre end $2^{1/7}$ og for en P-periodes tonaliteter mindre end $2^{1:P}$. *) →

Idet r/W-intervallerne er én tonal grad (altså 1:7 croma) større end et neutral-interval, da betyder det, at interval-tonernes tal-kvaliteter og fortegn giver direkte oplysninger om grad-størrelsen, det vil sige afvigelsen fra et neutralt interval-punkt, foruden at tal-kvaliteterne, som det nu er velkendt, angiver tonens plads i generator-interval-rækken og dermed giver direkte oplysning om dens svingningstal. Det fremgår måske mest selvfølgeligt af kvart/kvint-heptatonaliteten - 3) r/W - hvor den primære kvintrækkes positive grads-afvigende kvaliteter - A E B Fis Cis Gis - markerer stadigt

større grads-afvigelser fra 7'delingens neutrale punkter. (NB: i ex. I/34a ses af kvart/kvint-heptatonalitetens tabel, at tallene (kvaliteterne) netop afviger så mange grader fra neutralpunkterne, som tallene angiver. En følge af, at r/W'intervallerne med deres positive grader rykker 7'oktav-stammen udover oktav-rammen og fra den når frem til et positivt croma (+C),

er, at de komplementære (og som generator-intervaller sekundære) r/M-intervaller efterlader et negativt croma (-C) indenfor oktav--rammen i M-retningen. Selve croma-tonen (i ex. (3) r/M er det tonen #D) er på forhånd udelukket af kvart/kvint-heptatonalitetens (her A-dur's) tonemateriale. Konsekvenser er, at de til r/W komplementære r/M-intervaller (kvarter) hver især er én grad mindre end en hypotetisk tempereret kvart. Dette er netop interval-komplementaritetens almindelige træk, der her viser sig ved, at når det primære interval er én grad større, da er det sekundære én grad mindre end det nærliggende neutral-interval.

NB: Exemplernes r-,n- og s-linjer er stigende fra M- mod W-retning. Derfor må både M- og W-tal i r-linjen være positive, markerende højere grader end n-linjens neutrale tonepunkter, medens alle s-linjens tal er nødt til at være negative, for at markere at både M- og W-tonepunkter er dybere grads-afvigende fra tilsvarende neutrale tonepunkter. Det forhold medfører, at r/W intervallerne er primære i modsætning til s/W-intervaller, som er sekundære, og omvendt for faldende r/M, der er sekundære generator-intervaller, medens s/M-intervaller er positive.

(*) fra s. 80:) Denne regel, udspringer af visse svingningstals- og symmetriforhold, der ikke sker fyldest, hvis croma er større end $2^{1/P}$. På denne baggrund viser det sig, at kvart/kvint-suitens 29-tonalitet ikke er regulær, idet croma $(4:3)^{29} : 2^{12} (=1,02533)$ er større end neutral-intervallet $2^{1:29}$ $(=1,02419)$. Det viser, at ikke alle tonaliteter i en suite er regulære, jfr. side 88, ff. Den tonale dynamik.

Således vil f.ex. 5 primære intervaller i række føre til 5 plus-grader større end neutral-intervallet, det står ved, og modsvares af de sekundære 5 intervallers 5 minus-grader, som de tilsammen er mindre end et stræk pa 5 tilsvarende neutral-intervaller; ialt danner disse to interval-stræk 5 oktaver, jfr. i).

---oooOOOooo---

Med kvart/kvint-suitens forløb er det konstateret, at kvarten (4:3) er primær for nogle tonaliteter (3-, 5-, 17-, 29-, 41-tonalitet etc.), medens den komplementære kvint (3:2) - der er sekundær i dém - til gengæld er primær i andre som f.ex. 7-, 12- og 53-tonaliteterne etc. Det vidner om, at alle tonal-perioder må være åbne for enhver mulighed, derfor må alle M- og W-intervaller i en tonal-periode kunne være primære. Analysens s-rækker viser, hvordan M-intervallerne optræder som primære til forskel fra r-rækkerne, hvori M-intervaller er sekundære. Det betyder, at der opstår en negativ "kvint", resp. positiv "kvart" i 3) s. Sådanne kongruente tonaliteter må - hvad der kan ses af begge N-linjer, hvorpå angives generator-intervallernes positioner indenfor oktaverne - have numerisk de samme tonal-tabeller blot med omvendte fortegn. Det er gang på gang vist med de komplementære klaviatur-strukturer, hvordan sådanne tal-identiske, men fortegns-omvendte tonaliteter forholder sig til hinanden. Her ses den lille forskel med den store virkning, opstået idet komplementær-intervallernes tonale 7-oktav-stamme rykkes et lige så stort croma-interval i M-retning, som det for r-rækkerne er rykket i W-retning. Derved omvendes alle fortegn.

Som analysen har stillet r- og s-rækker overfor hinanden turde det tydeligt illustrere, hvad der s. 75 mentes med påstanden om, at tempererings-fænomenet indtager en ganske særlig, central plads i et fuldt udbygget tonalt struktur-komplex. Det er evident, at de neutrale intervaller - imellem 0-tonernes oktaver - står som tappe hvorom tonaliteternes kvaliteter gør udsving til den side og med netop så mange tonale grader, som tonalitetens tal-kvaliteter og deres fortegn angiver.

Hele exempel I/41 med relation til primtals-periodens 7-tonaliteter, illustrerer tonale sammenhænge og forhold, der principielt gælder enhver (primtal)periode. Når det heraf er blevet erkendt, hvordan de tonale gradforhold gennemtrænger det tonale struktur-komplex, da kan disse fænomener også genkendes i adskillige tidligere analyser.!

Således kan igen kvintrækken fra r/W, resp. kvart-rækken fra r/M placeres som vanligt omkring 0'kvaliteten som på ex. I/42 , og det turde da være indlysende, at kvintrækkens negative kvaliteter også står for negative grads-afvigelser, ligesom kvartrækkens positive kvaliteter for tilsvarende afvigelser fra de respekt. neutrale punkter, og her er da tal- og fortegnskvalitet identisk med angivelsen af grader.

"N u l"-tabellen

Hvor som helst i det overleverede kunstnerisk-musikalske materiale, knyttet til kvart/kvint-suite-tonaliteter, kan der fremdrages exempler på disse tonale grad -forholds realistiske virkninger. De kendes fra de elementæreste ledetone-forhold og de mere raffineret anvendte neapolitanske kadence-forbindelser til de tonale højspændinger i alterere-de akkord-forløb, og hvad det fører til i romantisk harmonik og melodik. Det er hovednerven i selve tonalitetsbegrebet, der ligger bag spændinger som udtrykkes i tonale grader med tonaltabellernes talkvaliteter og deres fortegn. . Hvad der er vist med de til tonal-tabellerne reciprokt forbundne tabeller (s. 62 ff) fremstår helt åbenlyst i ex.I/41 med N)-linjernes neutrale tabeller modulo 7 for rækkefølgen af generator-intervaller, som i exemplet er angivet på disse to N)-linjer. Tabellerne - hhv -2' og -3'tabeller for W-intervaller samt +2' og +3'tabeller for M-intervaller, kan også gelde som ordenstal-tabeller for de neutrale interval-punkter. Bemærk imidlertid her, at for disse neutrale punkter indenfor oktaverne er

de almindelige aritmetiske modulo-tabeller afstandsmæssigt exakt gældende, ganske som tilsvarende tabeller ville gælde for ens (små) vinkler i fortsættelse af hinanden over de 360 grader på en cirkel. Men omgrupperet til skalarækkefølge - i kraft af oktavens identitetsvirkning - fører en sådan ordenstal-tabel for neutrale punkter til én og samme neutrale skala i modsætning til omgrupperingerne af M- og W-intervaller, som alle fører til forskellige tonal-tabeller med de deri rådende variationer i forholdet mellem tonale grader. De tonale kvaliteter, ordnet skalamæssigt i tonal-tabellen er derfor direkte forbundne med det tonale grads-begreb og således bliver den kvantitative ordenstals-tabel (den reciproke) og tonal-tabellen som to sider af samme sag. Men også i den sammenhæng viser de neutrale punkter kun én side, idet de bogstavelig talt er neutrale og ifølge sagens natur har 0 (nul) afvigelse fra det punkt, de repræsenterer. Som talkvalitet kan ethvert neutralt punkt således kun have grads-betegnelsen 0 (som derfor ikke er identisk med selve 0-tonen, der også exponentielt er en nul-kvalitet). Det giver god mening i at kalde den neutrale oktav-delings "kvalitets-tabel" for nul-tabellen. I konsekvens heraf må endnu denne 0'tabel føjes til billedet af 7-periodens tonal-tabeller i ex. I/41. Det er faktisk gjort med oktav-linjen, mærket 0, som markerer alle oktav-punkterne for de nedenstående rækker af M- og W-intervaller. Men omkring 2^0 er vist neutral-intervallernes exponenter (0, e), nemlig 7.dele , sat som exponenter for oktav-svingningstallet 2, hhv positive 7.dele for stigende, negative for faldende neutral-intervaller. Dermed er også 0'tabellen og dens neutrale punkter placeret i den tonale helhed, hvor tempereringen med dens nøgne række af oktav-opskæringer i antal af hele naturlige tal har karakter af et imaginært s k e l e t. Derover er det rige tonalbegreb spændt ud indenfor periodernes helheder med tonaliteternes tabeller, uendeligt nuanceret af de tonale grader, mangfoldige, klare og med et indhold af smukke strukturer. Altsammen en verden af h e l e tal, af tid og svingningers tids-énheder, som mennesker forløste i musik.

Periodens primær-intervaller

I skala-dannelsen kan nu tonal-tabellens tal på baggrund af de tonale grader give endnu mere realistiske forestillinger om dia-intervallernes indbyrdes størrelsesforhold. Således er det evident, at dia+ altid er større, dia- altid mindre end ét neutral-interval. Det er også klart, at en periodes største dia+ og mindste dia- må findes i de kongruente +/-1'tabeller, idet disse har hhv den numerisk største og mindste difference, og det bliver indlysende , at kontrasterne mellem de to dia-intervallers størrelser bliver mindre, jo større (numerisk) en periodes tonal-tabeller er.

ad. ex. I/43:

Disse forhold fremgår af ex. I/43 , hvori 7-periodens tonal-tabeller indenfor oktaven fra 0 til 0-kvalitet er vist rent grafisk med de tre positive tonal-tabeller stillet overfor de tre negative. Omkring de seks neutrale punkter imellem oktavens 0-kvaliteter er angivet hhv. tre positive og tre negative grad-punkter, og for +2'tabellen (svarende til kvart/kvint-suitens heptatonale tabel) er anført stamtone-navnene D E F G / A B C D *). Skala-linjernes dia+ intervaller markeres af tykke linje stykker der bliver længere men også færre i takt med de større og større tabeller. **). I kolonnerne til højre viser a) tabellens positive, b) dens negative dia-difference, hvilket svarer til, hvor mange +/-grader dia-interval er større/eller /mindre end det neutrale interval, hvad neton pilene markerer i skala-linjen. Desuden siger tallet i kolonne a), hvor mange dia-minus intervaller, der forekommer i tabellen, medens b) også angiver antallet af dia+ intervaller, en regel meddelt flere gange tidligere. jfr.side 12 ff.

*) De grafiske grad-størrelser er her vist så nær som muligt i overensstemmelse med de musikalske stamtoners indbyrdes forhold.

**) Negative tonal-tabeller svarer på sin vis til større positive, tabeller, idet +4 = ❸, +5 = ❷ og +6 = ❶ modulo 7.

Svingningstallene for tonal-tabellernes generator-intervaller i kolonnen til venstre er , foruden kvintens 1,5, angivet med tallene t, x, u, v og y. Ud fra de her givne præmisser og med kvint-cromaet som mål for de tonale grader i neton denne 7-periode er det ret enkelt at fastsætte tonal-periodens forskellige primære generator-intervallers svingningstal.

Princippet gælder til bestemmelse af svingningstal for enhver tonal P periodes primære generator-intervaller, hvadenten periodens croma interval er givet af det bestemt generator-interval (kvart/kvint f.ex.) eller det blot fastsættes vilkårligt indenfor et cromas almindelige tolerance:

Principielt - ad. periode af størrelsen P:

a) Alle primære generator-intervaller har kvalitet +1; de er derfor 1 grad højere end neutral-intervallet på det punkt i skalaen, hvor +1 er placeret (= generator-intervallets position).

b) Når - som her - tonal-tabellens tal (tallet: t) er kendt, da er positionen for +1 i skalaen lig med den reciproke til tabellens tal (t) - jfr. s. 62 ff. Lad denne reciproke være lig med tallet r. (I denne sammenhæng er det en fordel at udregne den reciproke som et positivt tal modulo P). Ligningen for den reciproke 1:t er:

$$\frac{1 +/-nP}{t} = r$$

c) En tonal grad - G - er lig med intervallisk 1:p af et croma (C):

$$C^{1:p} = G$$

d) Et neural-interval - N - er lig med 1:p af en oktav:

$$2^{1:p} = N$$

Ligningen for P-periodens forskellige primære generator-intervallers svingningstal er derfor:

$$G \cdot N^r$$

(svingningstallet for 1 grad multipliceret med neutral-intervallets svingningstal i r'te potens!).

På denne baggrund kan da generator-intervallernes svingningstal bestemmes for den 7-periodes tonaliteter, hvori kvart/kvint-suitens heptatonalitet indgår, (jfr. ex.I/43IV):

ad. b): Den (positive) reciproke for 7-periodens tonal-tabeller er:

tabel:	reciprok: r=	produkt: modulo 7:	
+1 . +1	= 1		
+2 . +4	= 8		
+3 . +5	= 15		= +1
-3 . +2	= -6		
-2 . +3	= -6		
-1 . +6	= -6		

ad. c): Croma (C) = $\frac{1,5^7}{2^4}$ = = 1,06787 jfr. I/40

1 grad (G) = $1,06787^{1:7}$ = 1,009425

ad. d): neutral-intervallet N = $2^{1:7}$ = 1,10409

Svingningstallene for denne 7-periodes primære generator-intervaller:

I)	II)	III)	IV)	V) omgruppering til rækkefølge af positioner:
ad. +1'tabel	$G \cdot N$ =	1,1145 =	t	1,1145 1. = t
+2 "	$G \cdot N^4$ =	1,5 =	1,5	1,2305 2. = u
+3 "	$G \cdot N^5$ =	1,6561 =	x	1,3586 3. = v
*) -3 "	$G \cdot N^2$ =	1,2305 =	u	1,5 4. = 1,5
-2 "	$G \cdot N^3$ =	1,3586 =	v	1,6561 5. = x
-1 "	$G \cdot N^6$ =	1,8285 =	y	1,8285 6. = y

Strengt taget gælder som svingningstal kun tallene i kolonne IV. Tallene i kolonne III) - ligesom alle andre tilsvarende tal - er udfra en tonal betragtning ikke ubetinget gyldige. De er tilnærmelser("hug en hæl og skær en tå "), en vis kontrol der antyder hvor "omtrent" intervallerne befinder sig. Dog vil de være anvendelige til musikalske experimenter med en periodes tonaliteter. Øret er jo tolerant.

I denne sammenhæng er det desuden demonstreret, hvilken betydning det har at kunne bestemme de tonalt reciprokke tal(jfr.s.64ff) til enhver af en P'periodes tonaliteter, hvadenten det er tonal-tabellers tal, der er kendt, medens- på den baggrund- generator-intervallernes positioner skal udregnes(i.e."den reciprokke") eller omvendt.

Med 7-periodens klaviatur-strukturer - sammenstillet i ex. 15,V I/44. kan analysebillederne af denne musikalsk markante periode afrundes. Disse klaviaturer behøver ingen nærmere kommentarer.

---

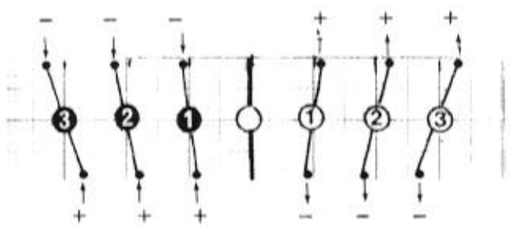
*) Heraf kan det f.ex. ses, at naturterts-tonalsuiten (jfr. ex.I/44-45) med generator-interval 5:4 eller 1,25 nok tilhører en 7-periode med tonal-tabel -3, blot ikke 7-perioden med dette croma og deraf følgende grad-størrelse.

Den tonale dynamik

Hovednerven i begrebet tonalitet er det tonale grad- og croma-fænomen, der igen er knyttet til den suite af tonaliteter, som udvikles (principielt ad infinitum) af et hvilket somhelst generatorinterval. Under ét kan det sammenfattes **som den** t o n a l e d y n a m i k - det vil sige et tonalt defineret energi-fænomen med rod i fundamentale forhold som positivitet og negativitet i relation til neutralitet. Disse fænomener forekommer som tonale spændinger, hvor skalamæssige følger af ens dia'intervaller slutter sig sammen i mindre grupper, her kaldet: c e l l e r.

Disse celler er at opfatte ganske realistisk som udvidende (e x p a n s i b l e = E) og sammentrækkende (k o n t r a k t i b l e = K) med virkninger, der kan efterspores musikalsk, hvor de forekommer som f.ex. modulatoriske spændingsforløb, som ledetone- eller tritonus-spændinger og lignende.

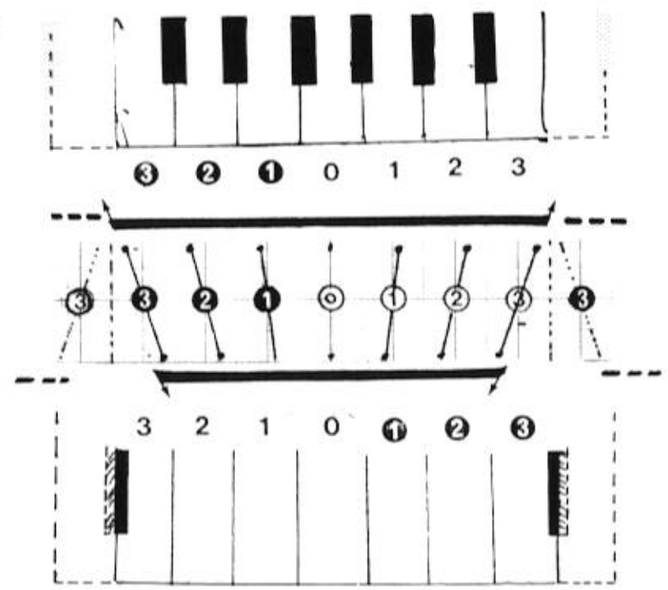
Til illustration af disse grundlæggende tonale principper kan den analysemetode udbygges, som er anvendt i ex.1/41,42. hvor neutralpunkterne for en tonalitet afsættes på millimeterpapir med 1 centimeter som grafisk (logaritmisk) afstand mellem punkterne og med 1 millimeter*) valgt som grads-énhed. Neutralpunkterne er da de akser, hvorom de tonale grader (mm) gør udsving:



*) 1 millimeter må betragtes som tilnærmelsesvist mål, idet en nøjagtig **millimeter** ville markere en exakt neutraldeling af oktaven, hvilket der naturligvis ikke er tale om her.

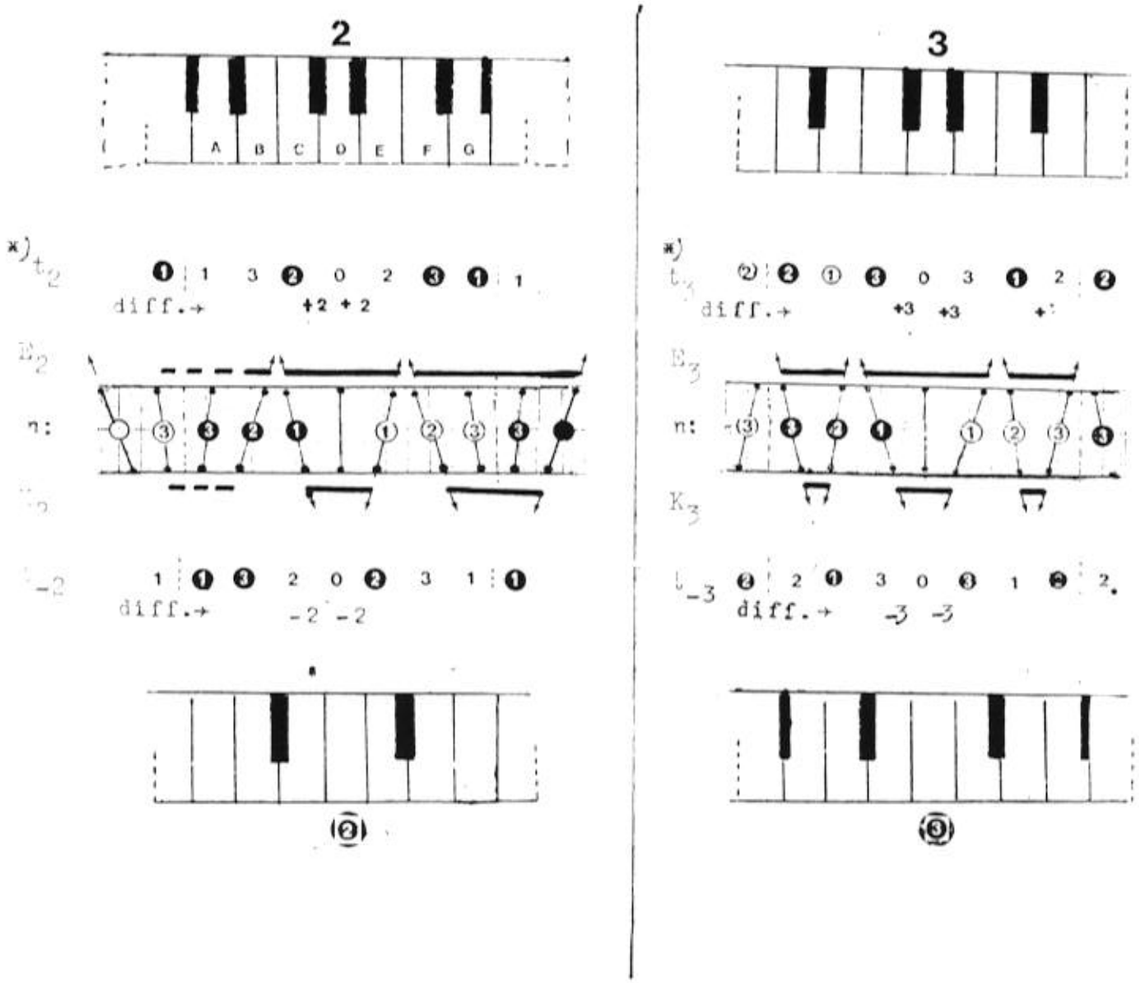
I de følgende exempler refererer disse udsving over de neutrale axer til positive tonaltabeller, medens udsvingene under neutralpunkterne refererer til negative tonaltabeller. Her vil det fortsat være en **fordel** at exemplificere fænomenerne med 7'periodens tonaliteter, bl.a. fordi 7'perioden er den mindste, hvori de fundamentale tonalstrukturer bliver udfoldet helt tydeligt. Heri findes også den musikalsk fundamentale heptatonalitets +2' tabel, og en grad-størrelse på 1 mm (ca.) svarer som rational illustration temmeli, nøje til dens faktiske (ikke rationale) gradstørrelse.*)

Den enkleste tonalitetsstruktur er da +/-1' tabellernes. Ler dannes af generatorintervaller, hvis gradafvigelsers numeriske **talværdier** (i.e. de tonale talkvaliteter) er lig med tallene for de p o s i t i o n e r, kvaliteterne (gradsafvigelserne) er knyttet til:



*) Svingningstallet for intervallet 1mm = $2^{1:70}$ = 1,00595...
1 grad = intervallisk 1/7 af et "kromatisk" halvtrin = $1,067871^{1:7}$ = 1,00942...

For periodens +/-2 og +/-3 tabellariske tonaliteter bliver rækkefølgemønstret af disse gradshældende linjer ændret som følge af, at tonaliteten t genereres af større generatorintervaller, hvis kvaliteter omgrupperes til deres identiteters plads indenfor en oktav. For disse tonaliteter dannes følgende forløb af gradshældende linjer:



*) t_2, t_{-2} etc. refererer til tonal +2 or -2'tabel

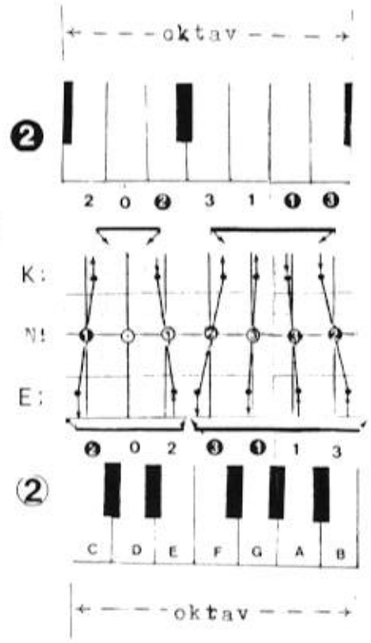
E_2, K_2 etc. angiver antal af hhv expansible (E) og kontraktible (K) celler, svarende til tonaltabellen t

n er neutralpunkterne ($2^{1/7}$), skrevet som 1'tabel modulo 7.

tegnet: ⌣ expansibel celle og ⌢ kontraktibel celle jfr. suiternes klaviaturexempl. ex. II/4,6,8....16.
står for for

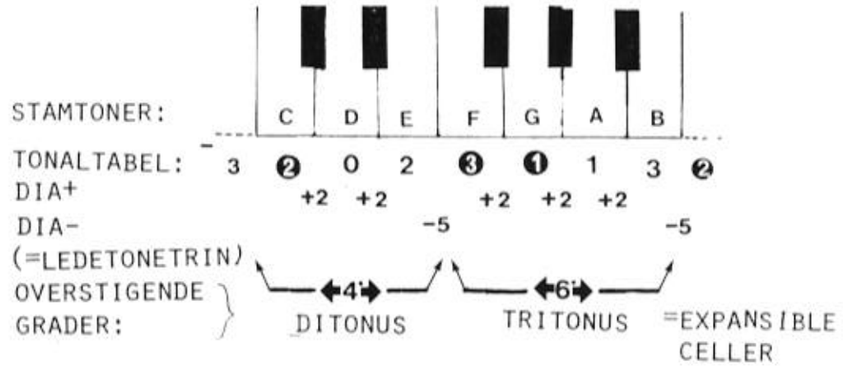
Ex. I/48 viser de samme tonaliteter i mere detaljeret fremstilling, dels i relation til de respektive rækker af generatorintervaller; R, dels med tonaliteternes klaviaturstrukturer.

Af exemplerne fremgår ad K, at negative tonaltabellers ubrudte følger af dia-'intervaller danner viftestrukturer, der successive trækker sig sammen i forhold til de neutrale punkter, N som tonaltabellens (kvalitets)tal står i relation til (jfr. ex. K, en 7'tonalitet med tonaltabel -2):



Det omvendte gælder ubrudte følger af dia+'intervaller, hvis viftestrukturer (E) på tilsvarende måde u d v i d e r sig, f.ex. som den musikalsk velkendte heptatonalitet med tonaltabel +2 (ex.E):

Idet dia+'intervallet overstiger neutral-intervallet med netop så mange tonale grader, som dia+'differencen angiver, bliver den expansible spænding større, jo flere dia+ intervaller, der følger efter hinanden, sådan som det musikalsk kan erfares med tritonus-cellens forhold til ditonus-cellen:



Hvor heptatonalitetens 2 expansible celler grænser op til hinanden opstår - med dia-'intervallet -ledetonetrinene, hvis

retning er bestemt af cellen med den største spænding: tritonus. Yder-kvaliteterne er her hhv den positive (stigende) ledetone B (+3) og den negative (faldende) ledetone F (-3). Under musikalsk modulatoriske forløb kan tonen E (kvalitet +2) blive opfattet som stigende ledetone, ligesom tonen C (-2) kan blive faldende (negativ) ledetone, men da er det netop, fordi relationerne ændres, således at tonen E (+2) er største positive kvalitet i F-durs tritonuscelle:

	F	G	A	bB	C	D	E	F
	-3	-1	1	-4	-2	0	+2	

(dit.) tritonus: medens C (-2) er numerisk største negative kvalitet i G-durs tritonus:

	G	A	B	C	D	E	#F	G
	-1	+1	+3	-2	0	+2	+4	-1

(dit.) tritonus

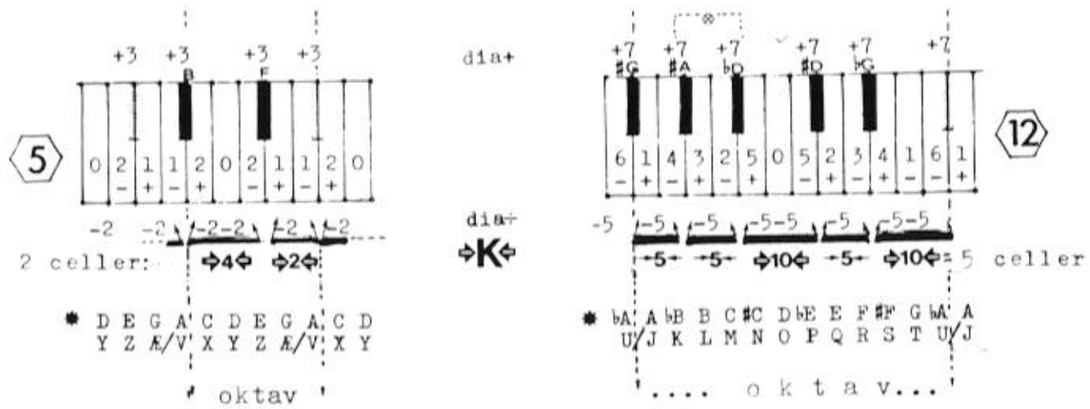
Disse relative (modulatoriske) spændingsforhold er naturligvis gyldige, uanset hvor langt ud i #- og/eller b-retning, der moduleres (transponeres), og uanset, hvilke tonalitets-størrelser (perioder) og derunder uanset hvilke tabellarisk mulige tonaliteter, der måtte være tale om. Heraf kan det sluttes, at der principielt er lige så mange "ledetoner" (hhv stigende og faldende) som der i p o s i t i v t tabellariske tonaliteter er antal af store celler (jfr. regel herfor side 97;). Med hensyn til negativt tabellariske tonaliteters celler måtte der også være tale om negativt virkende ledetone, altså ledetoner, som måtte drage indad i cellen. I det kapitel er de almindelige musikalske erfaringer ikke store, eftersom begrebet "ledetone" ikke er gjort gældende - altså ikke defineret-i relation til pentatonalitet, som netop tabellarisk er negativ, og heller ikke kendes som nogen realitet i den også tabellarisk negative 12'-tonalitet, der ikke er erkendt med de tonale kriterier, der er baggrund for lovmæssighederne for tonale suiters forløb.*

---

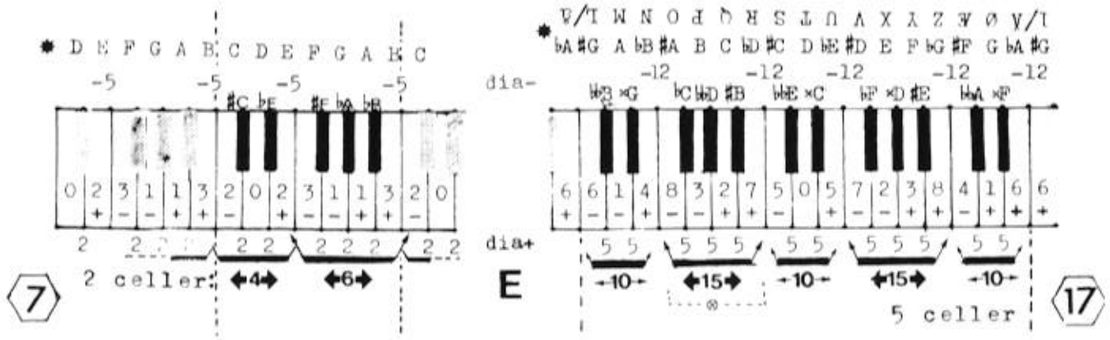
jfr. side og gennemgang af musik-exempler i relation til cellefænomenet (ex. I/26-29. etc.

De tonale celler, hvor de er expansible (E), giver plads for den pågældende klaviaturstrukturs overtangenter, medens cellernes kontraktioner (K) i de negative tonaltabeller åbner de - altid enkeltstående - dia+ intervaller, som igen giver plads for overtangenter i tonalitetens klaviaturstruktur. Hermed illustreres rent grafisk, at det tonale klaviaturs struktur er betinget af cellernes fordeling i skalaen. På den måde giver klaviaturet et anskueligt billede af tonaliteters sammensætning af celler, idet ethvert klaviatur, hvori overtangenter forekommer med kun én undertangent imellem sig uden undtagelse har expansible celler (E), medens klaviaturer, hvori mindst to undertangenter adskiller overtangenterne altid er sammensat af kontraktible celler (K).

Det må her erindres, at det tal, hvormed tonaliteterne i en tonalsuite expanderer, svarer til antallet af overtangenter i hver tonalitets klaviaturstruktur (jfr. II/4.6). Illustreret alene med klaviaturstrukturer viser ex. I/49. netop den række af tonalitets-størrelser -/5/, /7/, /12/ /17/ tonalitet - som svarer til kvart/kvint-suitens forløb, idet hver kvart/kvint-suite-tabel med sit klaviatur stilles overfor den fortegnsomvendte tonalitets tabel og klaviatur (jfr. s.20 og ex.I/12-13). Kvart/kvint-suitens tonaliteter mærket * viser, at penta- /5/ og dodecatonalitet /12/ består af respektive 2 og 5 kontraktible celler (jfr.nedenstående):



Hepta- /7/ og /17/ tonalitet derimod har de omvendte spændings-
forløb, med hhv 2 og 5 expansible celler (jfr.ex. I/49 og nedenstående):



Følgende regler gælder hermed for alle tonaliteter:

I: Der er direkte overensstemmelse mellem tonaltabel og antal af tonale celler, idet tonaliteter med tabel +t omfatter t expansible celler, medens tonaliteter med tonaltabel -t udgøres af t kontraktible celler.

(Dette afspejler nøje strukturerne for de komplementære klaviaturer, som viser, at der netop er så mange celler indenfor et klaviatur-komplementært tonalitetspar, som der er dele af klaviaturet, hvis tangentstrukturer udfylder hinanden, som hånden udfylder handsken, og "fingrenes", dvs cellernes antal er netop givet med tonaltabellens numeriske talværdi).

II: Tonaliteter med tonaltabel numerisk større end eller lig med 2 har t o og kun t o forskellige cellestørrelser - smlg med tonaliteternes t o dia-intervaller - og de differerer ifølge sagens natur i antal kun med é n tone (kvalitet).

(Af 7-tonaliteterne i ex. I/48 består de 2'tabellariske af celler med hhv 4 og 3 toner, medens de 3'tabellariske indeholder resp. 3 og 2 toner. I ex. I/49 ses 12-tonaliteternes 5 celler at omfatte hhv 3 og 2 toner, medens 17-tonalitetens 5 celler omfatter resp. 4 og 3 toner. Når tonaltabellen er kendt kan det ved en enkel regneoperation konstateres, hvor mange celler af hver størrelse en tonalitet rummer. Således har f.ex. kvart/kvintsuitens 53-tonalitet med tabel +12 derfor 12 expansible celler på hhv 4 og 5 toner, 53:12=4 rest 5. Resttallet 5 må fordeles på 5 af de 12 celler, hvoraf følger, at 7 celler er på 4 toner.- I kraft af tonaliteternes symmetriske strukturer er den centrale celle omkring 0-tonen altid af u l i g e størrelse, når tonaltabellen er numerisk større end 1.

En særstilling intager tonaliteterne med tabellerne +/-1, idet de - i overensstemmelse med reglen - kun rummer 1 (én) celle, og det er hele tonalitetens skalalinje med 0'kvaliteten som centrum, foruden en n u l-celle . Denne 0'celle er det (kvalitets-)tomme interval mellem identiske celler, det vil sige mellem fuldstændige tonalitets-linjer i oktavforlængelse af hinanden.x) Derfor vil lange tonale +/-1'tabeller med deres (indtil nul'cellen) ubrudte række af ens dia'-intervaller være de tonaliteter, der er nærmest beslægtet med neutraldelingen af oktaven

Den mindste periode, som med sine tonaliteter rummer både den expansible og den kontraktible celles princip er t r i-p e r i o d e n. Den består af en -1'(K, den kontraktible -) og en +1'tabellarisk tonalitet (E, den expansible) foruden den neutrale 3'deling af oktaven: den 0'tabellariske (N). De tre tonal-tabeller kan til illustration stilles l o d r e t ved siden af hinanden, med én kvalitet på hver side af 0'kvaliteten og med 0'tabellen stående lodret i midten:

K	N	E
1	0	1
0	0	0
1	0	1

ad denne form for lodretstående opstilling af en hel periodes tonaliteter i et plan; se: Tonale celleplaner side 2oo ff. og 196.ex.I/59-7o

Er det konstateret, at tonale 1'tabeller indtager en særstilling i kraft af, at de kun rummer én celle, bliver det også evident, at denne tre-enighed af tonaliteter som helhed indtager en særstilling, idet periodens to eneste celletonaliteter kun består af parret af komplementære generator-intervaller (kvaliteterne +1/-1, respektive -1/+1 i relation til 0'kvaliteten). Det betyder,at tritonalitet er alle tonaliteters udspring*). Da generatorintervallerne endnu ikke har frembragt nogen ny kvalitet (+/-2) er perioden som helhed at opfatte som et tonaliteternes frø med spiredygtig kerne, lukket inden i en skal. Da der kun findes én numerisk kvalitet (1) foruden 0'kvaliteten kan billedet af triperioden tegnes udelukkende med symbolerne - 0 + sådan at skalalinjerne opfattes som stående lodret ved siden af hinanden:

-	o	+
0	0	0
+	o	-

eller -/+'tegnene kan udskiftes med pile, der viser celle-spændingernes retning med K (kontraktibel), N (neutral og E (expansibel) anført i 0'kvaliteten:

eller:

og tetraktys.jfr.fodnote s.5o

*) *jfr. tonerne på det græske instrument Helikon: D G A D, som netop er den tri-tonalitet, der frembringes af kvarten:* 0 1 1 0 = 1'tabel.

x) jfr.ex.s.88

På denne måde får alle tonalperioders frø, tri-tonaliteten ligefrem symbolets billede. I denne forbindelse er det nærliggende at konkretisere de to mulige celle-tonaliteter med velkendte elementære intervaller som naturkvarten (4:3, eller 1,333...), der er et positivt generatorinterval (jfr. fodnote side 95,), førende til expansibel tonalitet (E), respektive naturtertsen (5:4, eller 1,25), et negativt generatorinterval, dannende kontraktibel tonalitet (K) i relation til den neutrale oktav-tredeling med intervalenhedens svingningstal $2^{1/3}$ (eller: 1,2599...), en tempereret enhed (N). Medens kvart/kvint'tonaliteten kan bibeholde sine sædvanlige navne: A D G må naturtertstonerne - ukendt i musikalsk praksis som generator for terts-produceret tonalitet - døbes om, f.ex. til X (et højt "♭B") og Y (et lavt "#F")x). Disse kvart- og terts-tonaliteter hører ikke til samme tri-periode, eftersom de ikke har samme croma-størrelse, men det er de tri-tonaliteter, som med velkendte (generator)intervaller er de nærmeste, der kan exemplificere tonaliteternes frø som hhv expansibel og kontraktibel tonalitet. Som tre lodretstående tonaliteter er de stillet op - på hver side af det stiliserede frø - med tørre svingningstal i ex. I) og med lodretstående skala-stamnavne i ex. II), hvor den neutrale tredeling er markeret med O'er:

I

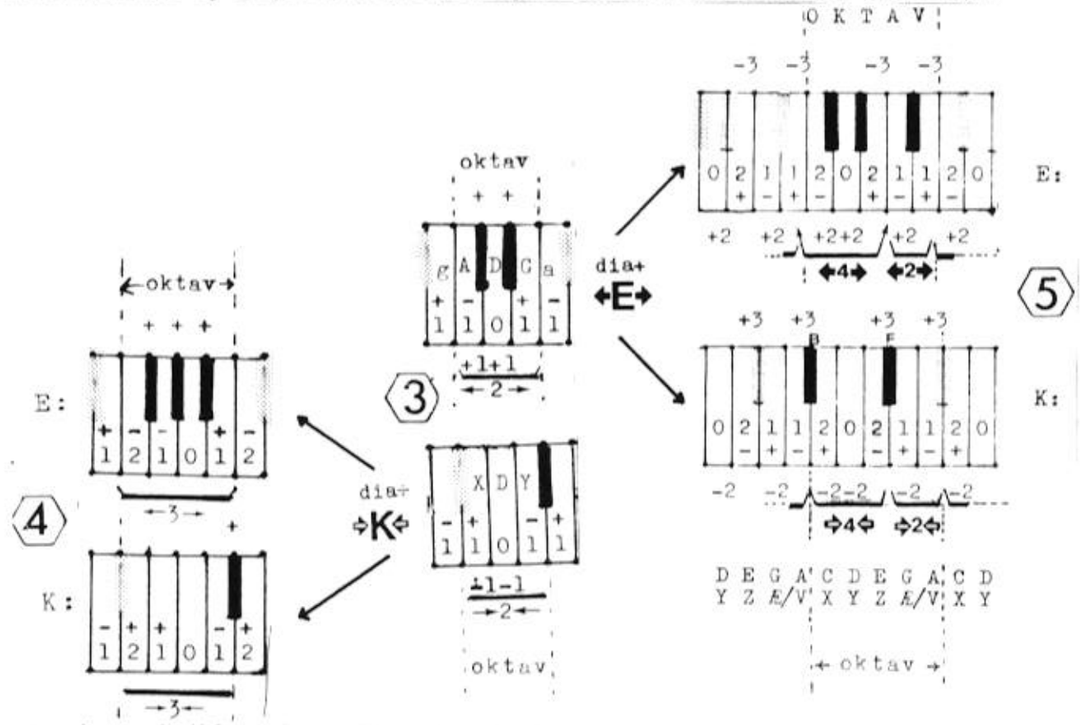
	K		N		E	
Y	1,25	<	1,2599..	<	1,33...	G
D	1	=	1	=	1	D
X	0,8	>	0,7937..	>	0,75	A

II

K:	N:	E:
Y	o	G
D	O	D
X	o	A

x) jfr.ex.side 108 = grafisk illustration af udsnit af naturtertsens tonal-suite.

Begge tri-tonaliteter, som er éncellede (1'tabellariske), kan afbildes hver med sin klaviatur-struktur, hhv en expansibel (E), hvori to overtangenter dukker op mellem tonalitetens to dia+'intervaller, og en kontraktibel med kun ét dia+'interval og dermed kun én overtangent indenfor klaviaturets oktav (K):



Den kontraktible tri-tonalitet kan derfor kun expandere til tetra-tonaliteter (jfr. /4/), og selvom den principielt kan føre til enten en expansibel (/4/,E) eller en kontraktibel tonalitet (/4/,K), så må begge ifølge sagens natur være éncellede, den ene førende til /7/', den anden til /5/'tonalitet i resp.tonal-suiter. Med naturtertsen som generatorinterval frembringes den expansible tetra-tonalitet(/4/,E)xx). Den expansible tritonalitet (E) derimod fører principielt til pentatonaliteter, og med naturkvarten (4:3) som generator viser exemplet, at den danner en kontraktibel pentatonalitet (/5/,K), der i sin tonalitets-suite går videre til den velkendte heptatonalitet. Men i begge pentatonale tilfælde ses det, at den givne tritonale struktur må føre til de første egentlig udfoldede tonaliteter, hvori et dualistisk celle-par - en større og en mindre celle - er manifesteret, idet begge tonaliteter har tonal 2'tabel,xxx) hhv positiv og negativ, som indebærer expansible respektive kontraktible celler.

De tonale celler, som hører til tonalbegrebets markanteste kendetegn har virkninger, der kan spores overalt i den musikalske kultur. I vesterlandsk musik bliver det særligt fremtrædende, idet der med kromatik og modulation (transposition) bliver lindet på porten til det område, der leder frem til 12'tonalitet*).

xx) jfr.ex.s.108 xxx) jfr.ex.s.94

*) Exempler på og redegørelser for tonale cellevirkninger i musik fra det 20. århundrede gives i forbindelse med analyserne, ex.I/27-31

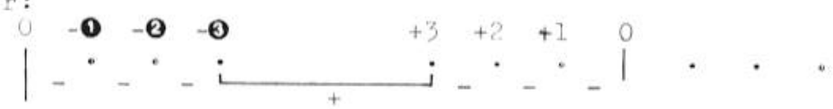
EXTREME TONALITETER

Med den ene celles dia'intervaller nærmer de l'tabellariske tonaliteter sig oktavens neutraldeling desto mere, jo mindre interval-differencen bliver mellem 0'cellens og l'cellens dia'intervaller. Men denne difference mellem de to skala-intervalliske typer (dia+/dia-) kan være særdeles e x t r e m på baggrund af det for tonal struktur gældende a x i o m:

tonaliteter dannes *af ethvert multiplum af generatorintervaller, hvis identiteter indenfor én oktav danner en skalalinje, som omfatter t o (2) og k u n t o intervalstørrelser: dia+ og d i a-.*

Det turde være erfaret, at dette axiom ikke er vilkårligt men udspringer af det dualistiske forhold mellem i d e n t i t e t (oktav) og f o r s k e l l i g h e d (generator-interval) og den orden, det medfører, bekræftet af musikalske fænomener. Der er altså ikke givet betingelser for, h v i l k e størrelsesforhold, der skal råde imellem d i a+ og d i a- , men kun, *at der ikke findes a n d r e end de t o størrelser.* Under disse forudsætninger viser det sig, at de -l'tabellariske tonaliteter kan være af særlig karakter, hvilket en rent grafisk fremstilling kan illustrere klarest. Således kan ifølge axiomet en/7/tonal -l'tabel være følgende:

eller:

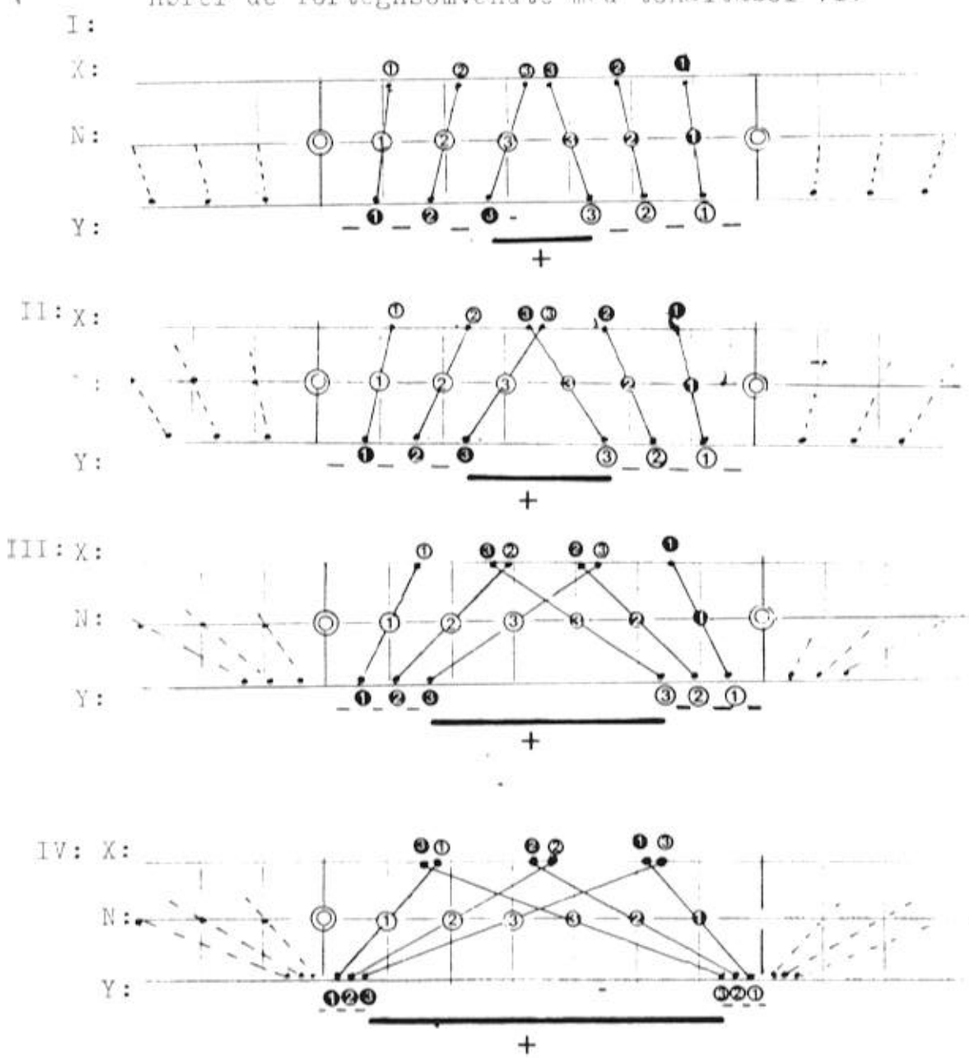


eller:

etc...

Disse tre skala-strukturer er pr definition at regne for <u>tonaliteter</u> ud fra det dia'intervalliske kriterium for tonal skaladannelse, at den skal omfatte <u>to</u> og kun de to skala-intervalliske størrelser dia+ og dia-, og dette sker fyldest i hver tonalitet ovenfor. I alle tilfælde er der tale om 7/7-tonaliteter med tonaltabel -l, idet intervallet <u>0 -l</u> er tonaliteternes **mindste af de komplementære generatorintervaller.** Og uanset hvor lille generatorintervallet <u>0 -l</u> bliver, **danner** det pr definition en -l'tabellarisk tonalitet, hver gang det forøges med ét **generatorinterval,** så længe dia+ intervallet, der **standses** op ved,

<u>er større end generatorintervallet</u> <u>0 -l</u>. Det er dette særlige forløb af tonaliteter i suiter som (principielt ad infinitum) kan vokse med kun én ny kvalitet fra tonalitet til tonalitet, der kan følges i ex.I/12 (tonal suiternes dynamik). Denne tonalsuite forløber langs den gren, der konvergerer imod analysestrukturens centrale linje med tonalitetsstørrelserne: (l+2), (l+3), l+4)....(l+n). Principielt kan det -l'tabellariske intervalområde <u>0 -l.....-n</u> være uendeligt lille med deraf følgende dia+ interval konvergerende imod oktav, sådan som det fremgår principielt af ex.I/12. Men til alle -l'tabellariske tonaliteter hører de fortegnsomvendte med tonaltabel +l:



Exempel I) viser et almindeligt tonalitetspar med tonaltabel +1 (X) og -1 (Y), som i det følgende kaldes autentiske tonaliteter med det som kriterium, at croma-intervallet (for +1'tabel tonaliteten = $X^7:2$) er mindre end nøtralintervallet $2^{1:7}$. Som følge deraf får begge tonaliteter autentiske tonaltabeller. I exemplerne II, III, IV derimod er tonalitetsparrene ikke autentiske. Deres croma-interval er (indtil flere gange) større end neutralintervallet, hvilket igen medfører grad størrelser, der kan blive vilkårligt mange gange større end det mindste af Y-tonaliteternes komplementære generatorinterveller. Disse tonaliteter, vil i det følgende blive kaldt e x t r e m e tonaliteter. Trods disse mulige begrebsomvendinger bevarer Y-tonaliteterne under alle omstændigheder deres -1'tabel intakt, dog med dia+ intervallet (+) successivt expanderende som en extrem intervallisk hiatus midt i den tonale linjes oktav fra 0 til 0'kvalitet.

Men idet Y-tonaliteters mindste generatorinterval bliver så lille, at det medfører en expansion af dia+'intervallet, som gør det større end et dobbelt neutralinterval, bliver konsekvensen heraf, at X-tonaliteters dia- med de modsvarende kvaliteter (hhv. +3 og -3 med oprindelig difference -6) bliver kvalitetsomvendt og dermed også svingningstalsmæssigt omvendt, som ex. II viser. Dermed ophører den fuldstændige tabellariske orden af tonaltabellen i relation til skala-kvaliteternes svingningstalsmæssige rækkefølge, selvom det principielle med hensyn til talkvalitet og afvigelser i tonale grader fra det adækvate neutral--interval bestandig forbliver direkte overensstemmende. Ved stadig større extreme indsnævringer af Y-tonaliteters mindste generatorinterval og dermed udvidelser af tonalitetens dia+interval vil flere og flere kvaliteter krydse hinanden i den (oprindeligt) fortegnsomvendte X-tonalitet, indtil alle kvaliteter derfra har krydset hinanden, jfr. ex. IV.

Derved opstår med kvaliteterne ordnet som vist i svingningstalsmæssig rækkefølge, hvor der oprindelig skulle være en +1'tabel, en fuldstændig ny tonaltabel, her en -3'tabel som det fremgår af ex. IV. Det vil sige, at en sådan gennemført extrem, oprindelig +1 tonaltabel på denne måde ændres til den givne periodes numerisk største tonaltabel med omvendt fortegn. Havde det drejet sig f.ex. om en /17/-periodes extreme Y-tonalitet, så ville dens oprindelige modstående +1 tabel blive omvendt til X-tonalitet med -8'tonaltabel etc.

Dette fænomen kan forklares og ret enkelt illustreres i direkte tilknytning til extreme Y-tonaliteters -1'tabel. Men da enhver tonalitet med et givet - også extremt - croma-interval principielt tilhører en periode med dens øvrige tabellarisk mulige tonaliteter med samme croma-interval, kan de tilsvarende kvalitets- og tabelomvendingsfænomener registreres også i disse tonaliteter.

I exempel I/53 ses det - ifølge kriteriet for en periodes tonaliteter - hvordan de samme gradhældninger, der fremkommer i /7/-periodens extreme Y-tonalitet *) viser sig som hældninger for netop denne periodes 3'tabellariske tonaliteter. Gennem exemp.A der viser disse extreme +/-1'tabeller kan deres hældningsgrader følges til ex. B_1 som er de 3'tabellariske tonaliteters generatorintervalrække på den reciproke 2'tabels positioner. Ex. C viser omgrupperingen til det oprindeligt 3'tabellariske tonalitetspar. Ex. D viser, hvordan de extraordinært store tonale grader også her resulterer i tabellariske kvalitetsombytninger i de to extreme tonaltabeller (mærket +e.t og -e.t), som i deres autentiske form

*) Mindste generatorinterval i denne tonalitet kan f.ex. være naturintervallet 65:64, altså intervallet mellem en naturtonerækkes 6. oktavtone (2^6) og dens højere nabotone, jfr. ex. I/54 .

fremgår af exemplets prototypiske tonaliteter, vist til sammenligning.

Svingningstal for den -1'tabellariske tonalitets generatorintervaller, der kan føre til sådanne extreme tonaliteter i en 7-periode, er at finde i naturtonerækkens naturoktaver 2^4, 2^5 og 2^6 og disses respektive nabotoner, dvs intervallerne 17:16, 32:31 og 65:64.*) I exemplerne I/54,55 viser R generatorintervallernes gradhældninger omkring neutralpunkterne, der danner den reciproke 1'tabel for de extreme +1/-1'tabellariske tonaliteter (ex.I/54), en reciprok 3'tabel for de extreme +/-2 tabellariske tonalitter (ex. I/55) og en reciprok 2'tabel for de extreme +/-3'tonaliteter (I/56).

Det croma- og gradskabende interval, hvorefter alle 7-periodens exempler S, og $S_{,,}$ er indrettet er generatorintervallet (65:64) for den -1'tabellariske tonalitet. For exemplerne T, og $T_{,,}$ er intervallet (32:31) croma/grad-skabende og for exemplerne U, og $U_{,,}$ er det intervallet (17:16). Kun exemplerne $S_{,/,,}$ vises med den adækvate generatorintervalrække (R) for de omgrupperede (extreme) tonaliteter. Generatorintervallernes gradhældninger vil være mindre for T, og $T_{,,}$ og endnu mindre for U, og $U_{,,}$, indtil den tonale prototype dannes, idet 7-periodens croma bliver mindre end $2^{1:7}$ - jfr. exemplerne: Prototypens tonaliteter.

Idet exempel I/54 betragtes fra prototypen successive over ex. U og T til S ses det tydeligt, hvordan +1/-1'tonaliteternes celler er dynamisk forbundne, hvorved den enes kontraktion medfører den andens expansion. I ex.I/54,U, fører det til én tabellarisk kvalitets-krydsning, i ex.I/55,U, er der to krydsninger,

*) NB: nabotonerne til de første naturoktaver 2^1, 2^2 og 2^3 er velkendte som kvart (4:3), naturterts (5:4) og sekunderne (8:7 og 9:8).

og i $I/_{56}U$, tre kvalitets-krydsninger, hvorimod ingen krydsninger finder sted i de tilsvarende kontraktible tonaliteter. Det sker først i exemplerne $I/55,T_{,/,,}$ og $I/_{56}T_{,/,,}$, som udspringer af $I/_{54}T_{,,}$ og fører til to kvalitets-krydsninger i ,$T_{,}$. Hvor kvalitet +/-3 i ex.I/54,S, krydser både hinanden og de to andre medfører det dobbelt-krydsninger i de øvrige S'tonaliteter.

Ved at sammenligne med de prototypiske tonaltabeller ses det, at enkelte tabeller i deres svingningstals-mæssige rækkefølge er ændret til nye. Således er i I/55,S, en i den observerbare rækkefølge autentisk +2'tabel expanderet til en +3'tabel, medens den tilsvarende kontraktible tonalitets -2'tabel er forblevet "fortegnsomvendt" til en +2'tabel. I andre tilfælde er der endnu ikke etableret nogen ny observerbar tabellarisk orden.

Disse forhold gør sig gældende principielt, uanset hvilken (primfaktor)periode, der ville blive underkastet en tilsvarende analyse. Det vil sige, at enhver (primfaktor)periodes extreme +1'tabel ville kunne følges som expanderende over 2 og viuere til 4, 6, 8...etc. krydsende kvaliteter, indtil den oprindelige (autentiske) tonaltabel har foretaget en fuldstændig tabellarisk metamorfose.

Det er værd at lægge mærke til,at dette metamorfotiske princip, der tilsyneladende kunne forløbe kontinuert, ifølge sagens natur udvikler sig diskontinuert i diverse heltallige forløb:

Enten har kvaliteter krydset hinanden, eller de har i k k e krydset hinanden. Sammenstød er utænkelige, da det ville fordre møde af kvaliteter, hvis intervaller er forbundet med ligedelinger af oktaver eller oktav-multipla, og det ville være neutralintervaller af svingningstals-typen $\sqrt[n]{2}$, hvor n er lig med et naturligt helt tal.

Imidlertid er det af betydning at registrere, hvordan de indbyrdes sammenhænge er mellem de prototypiske, altså for en tonalitet autentiske tonaltabeller og de tilsvarende extreme tonaliteters metamorfotisk ændrede tabeller, der opstår med de i svingningstal-mæssig rækkefølge ordnede kvaliteter. At den tabellariske forvandling fuldbyrdes totalt vil følge af nedenstående opstilling af de autentiske tonaltabeller og deres i almindelig rækkefølge ordnede kvaliteter i relationer til de i ex.I/55,56 metamorfotisk ændrede tonaltabeller. Disse sættes igen i forbindelse med de neutralpunkter, kvaliteterne er tilknyttet med deres (extreme) gradhældninger. Her vælges til illustration af disse forhold ex. I/55-$S_{,}$, I/55 ,$T_{,,}$ og I/56 ,$S_{,,}$:

ad. ex. I/55 , $S_{,}$

ex. i:

a) prototypisk tonaltabel:	0	+2	❸	❶	+1	+3	❷	0	
					(+4)	(+5)	(+6)	(+7)...	
b) rækkefølge:	0	+1	+2	+3	❸	❷	❶	0	= alm.neutralpkt
c) metamorfotisk, extrem tabel:	0	+3	❶	+2	❷	+1	+3	0	= reciproke
d) gradafvigelse fra neutralpunktet:	0	❷	+3	+1	❶	❸	+2	0	= reciproke

ad ex. I/55, $T_{,,}$

ex. ii:

a)	0	❷	+3	+1	❶	❸	+2	0
b)	0	+1	+2	+3	❸	❷	❶	0
c)	0	+2	❸	❶	+1	+3	❷	0
d)	0	❶	❷	❸	+3	+2	+1	0

c) og d): ikke reciproke

ad. ex. I/56,$S_{,,}$

ex. iii:

a)	0	❸	+1	❷	+2	❶	+3	0
b)	0	+1	+2	+3	❸	❷	❶	0
c)	0	❷	+3	+1	❶	❸	+2	0
d)	0	+3	❶	+2	❷	+1	❸	0

c) og d): = reciproke

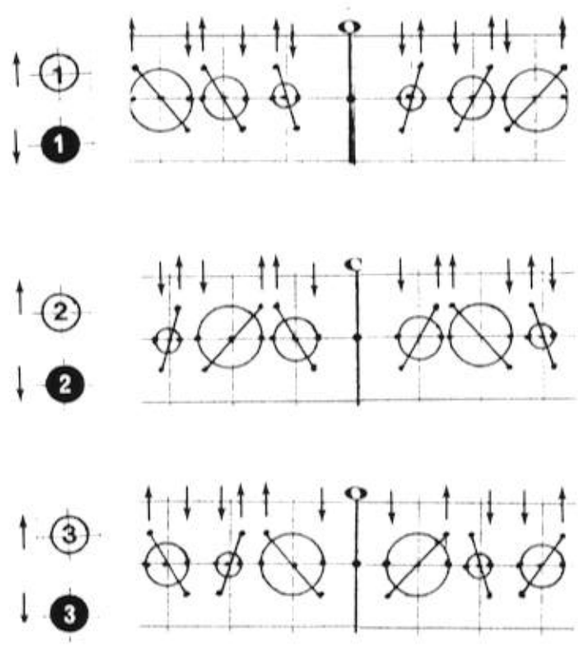
Heraf fremgår, at de forskellige tabellariske forhold forbliver intakte efter hver metamorfose, men det er værd at bemærke, ad. ex. i og iii, at der er reciproke relationer imellem den extreme metamorfotiske tabel (hhv. +3 og -2'tabel) og de neutralpunkter, dens grader afviger fra (hhv -2 og +3). I exempel ii derimod, hvor den metamorfotiske tabel (+2) er en fortegns-omvending af den autentiske (-2), dér har gradafvigelsen relation til en tilsvarende fortegnsomvending af rækkefølgetabellen 1, 2, 3..., som da bliver til ❶, ❷, ❸.... etc.

TONAL INTERFERENS.

Tonalanalyse principperne gør det muligt at opdele i, meningsfyldte og indtil mindste detaljer lovmæssige dele (tonaliteter), sådanne forhold, som i deres relevante sammenhænge yder sig som komplexe helheder (=tonale perioder). De forskellige indfaldsvinkler, hvorunder croma- og gradfænomener her er belyst, har drejet sig om den egentlig ganske enkle 7-periode, hvis detalje (tonaliteten med +2'tabel) er musikalsk velkendt som heptatonaliteten med stamtonerne A B C D E F G.... Det turde nu være evident, at den tonalitet tilhører den større sammenhæng af tonaliteter, som 7-perioden udgør. Hvad der her er blevet sporet frem til de extreme tonaliteter kan illustreres i analyser, som understreger, at de her registrerede tonale detaljer indgår i en (periodens) helhed, der med rimelighed kan tolkes som tonale interferens-fænomener. Det vil fremgå af det følgende.

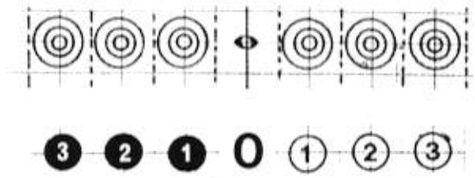
I det foregående er tonaliteter med numerisk identiske,fortegnsomvendte tonaltabeller illustreret med heldende linjer omkring neutralpunkters axer, der viser den tonale skalas dia'intervalliske relationer: øverst +tabellens og underst -tabellens skala. Disse

to, strukturelt sammenhørende tonaliteters intervalpunkter kan - her med 7-periodens tonaliteter - naturligvis afsættes på samme vandrette (skala)linje, vist nedenfor med pile, hvoraf de opadpegende markerer plus-tabellens, de nedadvisende minus-tabellens skalapunkter. I sig selv er disse markeringer af linjeinddelingen ikke så umiddelbart illustrerende som de gradhældende linjer, hvis punkter er adskilt i relation til deres respektive tonaliteter. Men om man forestiller sig grad-afvigelserne fra neutralpunkterne ikke blot stående på én og samme linje men som afvigelser i hele planen omkring det givne neutralpunkt, da kan dette markeres med grad-cirkler omkring neutralpunkterne. På den måde illustrerer cirkelstørrelsen i sig selv grad-afvigelsen. I 7-perioden forekommer derfor kun tre cirkelstørrelser, og det ses da umiddelbart af nedenstående exempler, at de successive repræsenterer dobbelttabellerne +/-1, +/-2 og +/-3:



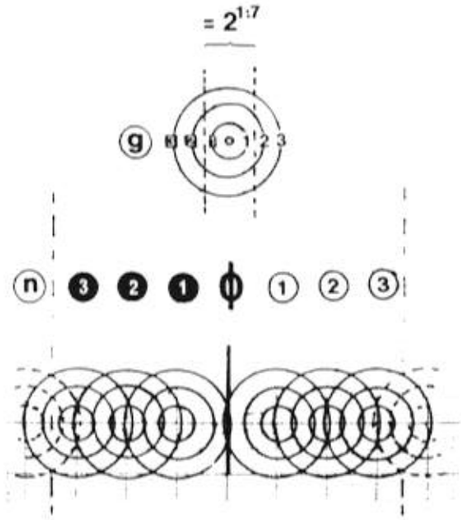
Omkring hvert neutralpunkt ligger da tre gradcirkler, således at en sammenlægning af alle periodens (to gange tre) tonaltabeller kan illustreres som følger:

ex:



Alt efter gradernes størrelser kan for autentiske tonaliteter disse gradcirkler snævres ind, tættere og tættere omkring neutralpunktet. Udvides graderne derimod i relation til cromer, som er større end $2^{1:7}$, da dannes de extreme tonaliteter, hvis gradcirkler vil overlappe hinanden og danne et cirkelmønster som nedenstående for hele 7-perioden;(g= grader, n= neutraltabel):

ex:



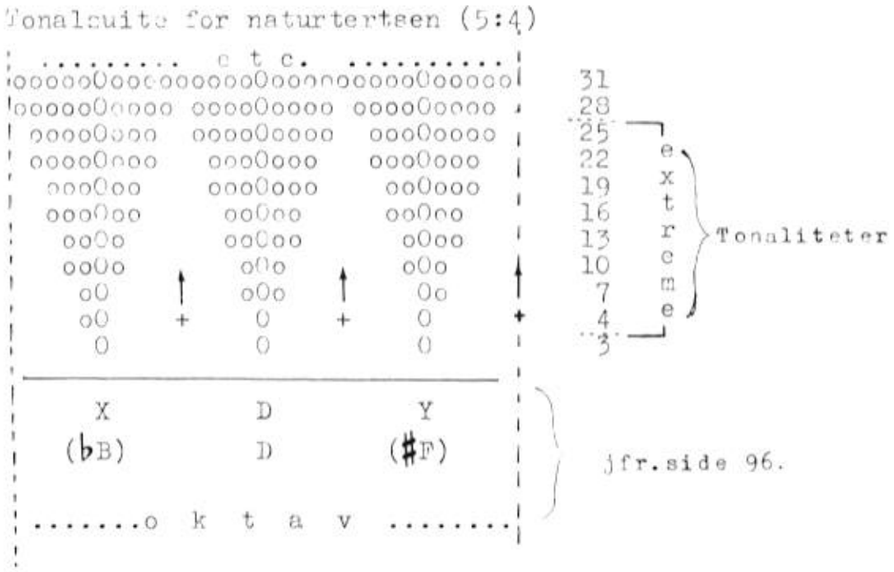
I exempel I/57 ses sådanne cirkelanalyser af de samme extreme tonaliteter, som ex. I/54-56 viser. Det analytiske billede, som opstår herved, er baggrunden for den karakterisering af fænomenet,

der gives med begrebet <u>t o n a l i n t e r f e r e n s</u>.

Sådanne extreme tonaliteter, der danner tonal interferens, forekommer overalt i de tonale suiter, hvor forskellen mellem intervallerne dia+ og dia- i én tonalitet er større end neutral-intervallet i samme tonalitet. Det er sådanne extreme interval-forskelle mellem dia+ og dia-, der medfører, at tilvæksten i en suites forløb er den samme gennem længere strækninger*). Det betyder, at de tonaliteter, der fremkommer imellem ydertonaliteterne i disse længere forløb med ens tilvækster, <u>er extreme</u> og indgår i perioder med andre tilsvarende extreme tonaliteter.

Et nærliggende exempel på en tonalsuite, der har et sådant længere forløb med ens tilvækster er naturterts-suiten med generatorinterval 5:4 (=1,25):

Tonalsuite for naturtertsen (5:4)



Her er den grundlæggende tritonalitet /3/ <u>autentisk</u>, men straks fra tetratonaliteten /4/, da tilvæksten 3 fortsætter over heptatonaliteten /7/ til/31/-tonaliteten er alle suitens tonaliteter extreme til og med/25/-tonaliteten. Ingen af dem har selv krydsende kvaliteter (tonal interferens) i deres skalalinjer,

*) jfr.17,29,41,53-tonaliteterne i kvart/kvint suiten.

men andre tonaliteter vil have det i de respektive perioder, som tonaliteterne indgår i. Exemplet side 108 viser med grafiske (logaritmiske) intervalafstande skalalinjerne i naturterts-suiten, idet pilene angiver dia+ intervallets extreme størrelser i de anførte vandretstående tonaliteter.

I kvart/kvintsuiten, hvor tilvæksten er 12 fra/17/- til/53/-tonalitet(/17/,/29,/41/,/53/), indebærer det, at/29/-tonaliteten med tonaltabel -12 (en kontraktibel tonalitet) <u>er extrem</u>, også her uden selv at have krydsende kvaliteter (tonal interferens). Højere oppe i kvart/kvintsuiten forekommer betydeligt længere forløb af denne art, f.ex. fra/971/ til/15601/-tonaliteten, hvor tilvæksten er 665 ikke mindre end 23 gange. Det vil sige, at der i/971/-tonaliteten forekommer 665 dia+ intervaller, og at dette dia+ er intervallisk godt 23 gange større end tonalitetens dia-'interval.

Hvad intervallische "ubetydeligheder" kan afstedkomme i denne sammenhæng kan registreres med den tonalsuite, der dannes af et "kvintagtigt" generatorinterval med svingningstallet 1,499, et interval, der altså er "en ubetydelighed" mindre end naturkvinten hvis svingningstal er 1,5 (f.ex.svarende til <u>én svingning</u> mere pr 1000 sekunder, eller en mere hvert 16 2/3 minut). Denne 1,499'kvint danner en tonalsuite, der følger naturkvintens til og med/53/-tonaliteten. Derfra går denne tonalsuite sine egne veje, stadig med 12 som tilvækst til og med/125/-tonaliteten, der stiger med 113 til/238/-tonalitet. M e n derfra er dia-'intervallet så lille (ca. 1:167'del af dia+'intervallet), at tonalsuitens tilvækst er samme tal (125) de næste 167 gange i suitens forløb. Disse mange mellemliggende tonaliteter er alle extreme - sammenlign med det grafiske billede af naturtertssuiten s. 108.

NB: Endnu et exempel, der viser hvor følsomt tonalsuite-forløbene registrerer de mindste "(u)betydeligheder", kan gives med en

suite, dannet af den "Kvint" der har svingningstallet 1,5000000l.

Det er altså en kvint, så lidt større end naturkvinten, at den når denne svinger 1 gang pr.sek. f.ex.kan *) være ca. 4¾ år om at komme én svingning foran naturkvinten. Dens tonalsuite følger med naturkvintens igennem 38 led frem til /14936/-tonaliteten . Her springer den fra og stiger til/29207/, medens naturkvintsuiten fortsætter sin tilvækst på 665 (gennem extreme tonaliteter) frem til/16266/-tonaliteten.

Det er indlysende, at suiter, nået til disse størrelser, længst har passeret en musikalsk tærskel. Men grundlaget for suiternes forløb er en musikalsk ren kvint (1,5) og en tonalteoretisk ikke ren kvint (1,5000000l), og det er ved musikalsk tonale definitioner, vejene til disse områder er blevet åbnet. Hvad der dybest set her er tale om er strukturer og forløb for tidsforskelle, udtrykt ved intervaller. Når derfor de extreme tonaliteter viser ind til strukturelle omvendinger af intervaller i ellers tidsmæssigt retlinede forløb, kunne det måske lede frem til fænomener, der har med tilsyneladende tidsomvending at gøre. Det kunne evt. være på den baggrund, begrebet tonal interference kunne vise hen til et anvendelsesområde for dén udover det musikalske gående tonale teori. Heraf fremgår bl.a., at den tonale teori, hvis analytiske strukturer afspejler et indhold, der er dybt forbundet med en verden af hele tal *ikke kan operere med noget som helst omtrentligt*, hvor fænomenerne forfølges ud til deres fineste forgreninger.

---

*) - "ca. 4¾ år" - om man ellers kan tillade sig en så grov "omtrentlighed" i netop denne sammenhæng, hvor svingningstallet betragtes som svingninger pr sekund.

T o n a l g e o m e t r i

Foruden de analysemetoder, som hver giver visuelle indtryk af de enkelte tonaliteters karakteristiske strukturer og egenskaber findes andre, hvori a l l e tonaliteter fra én given periode kan indeholdes og dermed ses i én stor helhed. En vis sammenhæng af denne art med grafiske markeringer af alle en periodes tonaliteter, givet i én analyse, fremgår af cirkel-analyserne i exemplerne s. 107 samt ex. I/57,P, der illustrerer det tonale inte-rferens-fænomen i forbindelse med extreme tonaliteter. Analysemetoder af lignende art, der kan have betydning for operationer med tonaliteter i deres sammenhæng indenfor den tonale periode som en helhed, skal gennemgås i det følgende ud fra disse arbejdstitler:

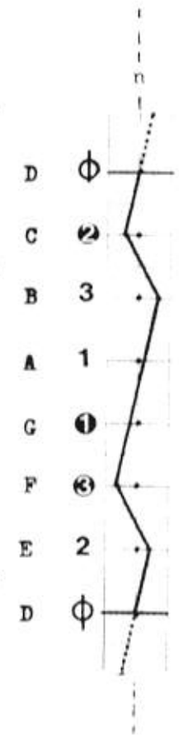
I: Tonalperiodens fletning

II: Tonalgeometrisk periodeplan

III: Tonalperiodens celleplan

I: Tonalperiodens fletning

Tonalperiodens fletning er en analytisk struktur, der dannes af linjer for alle tonaliteter i en periode ud fra præmisser, der har relation til cirkelanalysen s.100. Princippet, som illustreres i forbindelse med lodretstående neutralpunkter i afstand af 1 cm på mm-papir i ex I/58,59 er, at de tonale grader, hvormed en skalalinje s toner (kvaliteter) afviger fra periodens neutralpunkter, markeres i millimeterafstande fra periodens neutralpunkter hhv. n millimeter tilhøjre for neutralpunktet, når kvaliteten er positiv (+n), medens negative kvaliteter (-n) sættes n millimeter tilvenstre for punktet. Det giver følgende skalalinje for kvart/kvint-heptatonaliteten med tonaltabel +2, som exemplet viser:



Exempel I/59 viser samtlige 7-periodens tonale skalalinjer, ført gennem 2 oktaver med henholdsvis 3 positive og 3 negative tonaltabeller ud for hvilke de respektive tegn for expansible og kontraktible celler er anført. Her ses der bort fra at gøre linjestykkerne indbyrdes logaritmisk exakte for dia+ og dia- intervaller. Til gengæld giver de sideværts bevægede linjestykker umiddelbare indtryk af, hvilke skalatrin der er positive (fra venstre til højre), og hvilke der er negative (fra højre mod venstre). Det fletværk der dannes, når alle linjer lægges over hinanden (ex.I/59$_b$) er således et grafisk meningsfyldt billede af periodens struktur som en helhed, tvundet af de enkelte tonalitetslinjer. Omkring neutraltonalitetens (0'tabellens) punkter er sat de tre gradcirkler, som skærer de positive (millimeter)grader vandret til højre og de negative til venstre for neutralpunktet.

Sådanne billeder af tonaliteters sammenfletning i en periode kan dannes principielt ud fra enhver periode-størrelse. Imidlertid skal perioderne ikke være særligt store, førend disse fletninger bliver indviklede, bogstaveligt talt. Men indenfor mindre størrelser giver disse analyser visse karakteristiske generelle oplysninger om tonal struktur, der her - som overalt i den tonale begrebsverden - er nøje forbundet med elementære tal-egenskaber.

Således deler periode-fletningerne sig i to hovedgrupper:

I,1): perioder af u l i g e størrelse

I,2): perioder af l i g e størrelse.

ad. I,1)

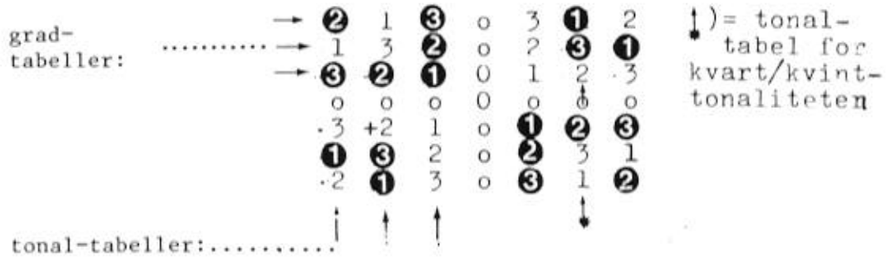
Perioder af u l i g e størrelse har fletninger, som er s y m m e t r i s k e, dels omkring 0-kvaliteten, dels omkring det (imaginære) punkt midt i oktaven (svingningstal $\sqrt{2}$ x)), hvori alle ulige tonaliteters gradlinjer skærer hinanden.

x) og $1:\sqrt{2}$ el. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Disse ulige perioder deles igen i to grupper: a) usammensatte
b) sammensatte

ad. I,1a):

U s a m m e n s a t t e er alle perioder af primtalstørrelse (primtal = i). Disse primtal-perioder er de eneste, hvori alle i-1 gradpunkter omkring ethvert neutralpunkt i perioden indgår som kvalitet i periodens tonaliteter, og hvert enkelt gradpunkt indgår i kun én af tonaliteterne. Jfr. ex. I/60, hvis 6 lodretstående tonaliteters kvaliteter - tre tabeller på hver side af den neutrale 0'tabel - også vandret danner fuldkomne tabellariske rækker af grad-punkter (g r a d-tabeller). I nedenstående exempel er disse rækker - de lodretstående tonaltabeller - sammenfattet i én tabel-plan med 0'kvaliteten sat i centrum af hver tonaltabel: *



*) I redegørelsen for *periodens celleplan* (s.196 ff) foretages en nærmere uddybning af det struktur-komplex, der dannes ved selve denne opstilling af lodretstående tonaltabeller (fra dybe til høje toner!) og deraf følgende vandretstående *grad-tabeller*

DIVISOR-TONALITETER, - REGULÆRE TONALITETER *

S a m m e n s a t t e er alle perioder af ulige sammensatte talstørrelser, bl.a. 15-perioden** (3·5), ex. I/61. Her indgår i k k e a l l e gradpunkter omkring hvert neutralpunkt som kvaliteter i de indenfor sammensatte perioder mulige tonaliteter. Til forskel fra primtal-perioder, hvori ethvert af samtlige gradpunkter er suveræn kvalitet i én og kun én af periodens tonaliteter, er der i sammensatte perioder gradpunkter, som er f æ l l e s f o r f l e r e t o n a l i t e t e r. Det er de punkter (kvaliteter), hvis d i v i s o r e r eller divisor-m u l t i p l a

* jfr. side 173

** Under afsnittet *Divisor-koder* s. 174,176,177, ff foretages en yderligere præcisering af netop /15/perioden og dens divisor-tonaliteter.

der er fælles med periodestørrelsens divisorer og divisor-multipla. Og disse gradpunkter forkommer - som det må være - omkring de positioner (neutralpunkter) i skalalinjen, der også har divisor(multipla) fælles med perioden. Af exempel I/61 - 15-periodens fletning - fremgår dette af, at alle tredelelige positioner (3. 6. 9. 12., svarende til neutralpunkter med svingningstallene $2^{3:15}$, $2^{6:15}$ $2^{9:15}$ $2^{12:15}$) også kun har kvaliteter i multipla af 3, jfr. ⁂ (3, ❸ 6, ❻), medens positionerne 5 og 10,(jfr. ⁂) kun har femdelelige kvaliteter (5, ❺).

Periode-størrelsens sammensætning indebærer også, at der kun kan dannes fuldstændige tonaliteter (indeholdende alle periodens tal-kvalteter) med tonaltabeller, hvis størrelse ikke har divisor-(multipla) fælles med periodens talstørrelse. Tonaltabellerne +/-3, +/-6 og +/-5 kan konstrueres som tabeller, hvis kvaliteter placerer sig på divisorpladser omkring hvert neutralpunkt i skalaen, men ifølge sagens natur k a n d e i k k e dannes af generatorintervalrækker, hvis kvaliteter og dermed grader 0 1 2 3 4... (i.e. exponenter for generatorintervallernes svingningstal) står i relation til neutralpunkter på divisorpositioner (:). Det vil fremgå af følgende: Nedenstående rækker viser N) neutralpunkterne gennem 2 oktaver (2·15); T) en generatorintervalrække i relation til positioner i multipla af 3; S) i multipla af 6, F) i multipla af 5 samt Ti) i multipla af 10:

```
    0 . . . . o k t a v . . . . (15). . . . o k t a v . . . . (30)
N)  0 . . : . : . . . : : . : . . 0 . . : . : : . . : : . : . . 0
T)  0     1     2     3     4     !
S)  0           1           2           3           4           !
F)  0         1         2         !
Ti) 0                   1                   2                   !
```


Det er direkte anskueligt, at generatorintervallet T) fører til en tonal 5-deling (pentatonalitet), med croma-interval (!) dannet ved 1. oktav (position 15), medens S) fører til 5-deling,men med croma (!), nået ved 2. oktav (position 30). Tilsvarende gælder generatorintervallet F, som fører til 3-deling med croma ved 1.oktav (15.position) og Ti) som når 3-deling ved 2. oktav (30.position). Heraf følger, at T) og S) samt -T) og -S) omkring deres respektive neutralpunkter danner en fuldstændig 5-periode (pentatonaliteter), medens Ti), som er lig med -F) og F) danner en 3-periode (tritonaliteter) Disse forhold uddybes nøjere s. 166 ff.

Sådanne indvævede,(her usammensatte) perioders tonaliteter vil blive kaldt d i v i s o r-tonaliteter for dén sammensatte periode, de er nært beslægtet med i kraft af den grad-størrelse, de har ensakt fælles. De tilbageblevne tonaliteter (i 15-perioden med tonaltabellerne +/-1, 2, 4 og 7) er periodens egentlige, suverænе tonaliteter, som vil blive kaldt r e g u l æ r e tonaliteter.

Regler for hvor mange r e g u l æ r e tonaliteter, sammensatte perioder rummer gives side 166.

D e l i g e t o n a l i t e t e r [x]

ad. I,2):

Perioder af l i g e størrelse har fletninger der - i modsætning til ulige perioder - i k k e er symmetriske omkring 0-kvaliteten og dermed heller ikke omkring neutralkvaliteten midt i oktaven ($\sqrt{2}$). Exempel I/61 viser de r e g u l æ r e tonaliteter i fletningerne for hhv. /10/ og /12/-perioden (resp. $2 \cdot 5$ og $3 \cdot 2^2$). Den "vridning" af strukturen, som i ulige perioders fletninger finder sted omkring oktavens (imaginære) midtpunkt ($\sqrt{2}$), foregår i l i g e perioders fletning først e f t e r dette punkt, som netop i lige tonaliteter er et fixeret neutralpunkt, deraf den usymmetriske del af fletningerne.

[x] jfr. lige talsystemer.

Af 12-perioden er i exemplet vist separat den linje i fletningen, som dannes af kvart/kvintsuitens 12-tonalitet (tonaltabel -5). I den samlede fletning ses det, at +/-5'tabellernes kvaliteter bevæger sig fra side til side imellem cellerne for +/-1'tabellerne med hvem de overalt har fælles kvaliteter på divisor(multipla)-positionerne, hhv. 2, 3, 4, 6, 8, 9 og 10. Kun på de fire(regulære) positioner, 1, 5, 7 (= -5) og 11 (= -1) har de fire regulære tonaliteter deres suverænne gradpunkter. Dette usædvanligt nære fælles-skab mellem de fire mulige 12-tonaliteter kan meget vel tænkes at være et forhold, som - uden dengang at kunne defineres exakt-har været anet af,og animeret komponister, der bevidst koncentrerede sig om at udlede et kompositorisk system af oktavens 12-deling (f.ex. A.Schönberg, J.M.Hauer, F.Valen o.a.).

De ligeledes fire regulære tonaliteter i 10-perioden (ex.I/61) mødes kun med de samme grad-afvigelser (+5, 5) på position nr.5. Af disse forhold følger, at sammensatte ulige og lige perioders regulære tonaliteter altid har kvaliteter af divisor(multipla)- -grader på divisor(multipla)-positioner, ligesom regulære positioner i de samme tonaliteter også kun besættes med kvaliteter af regulære grader.

Indenfor denne klassificering af periode -størrelserne, som fletningerne illustrerer så dekorativt og klart i de mindre formater, kan andre nuancer drages frem. Således må perioder af størrelserne i^n (hvor i-primtal og n= naturligt helt tal, større end 1) henhøre under sammensatte ulige perioder, men med det særkende, at de indvævede divisorperioder er de rod-beslægtede strukturer $i^{\cdot\cdot\cdot n-1}$. Lignende strukturelle særstillinger indtager lige perioder af størrelserne $i \cdot 2^n$ og $i^n \cdot 2^n$, idet sammensætningerne kun omfatter 2 forskellige rødder, hvorfor der principielt kun er tale tonaliteter, sammensat af to størrelser.

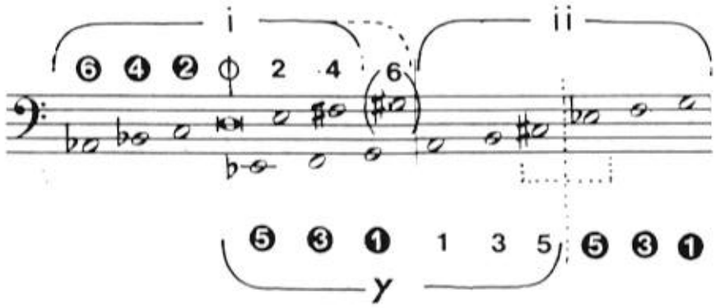
Egenskaber og karakteristika ved de forskellige tonaliteter og deres sammenhænge i perioder differentieres af de forskellige analysemetoder. Således giver tonalperiodens fletning direkte visuelle indtryk af, at (fortrinsvis mindre) usammensatte tonaliteters strukturer (primtals-periodens) kun rummer kvaliteter, som suverænt indgår i netop 'denne' tonalitet til forskel fra de sammensatte størrelsers tonaliteter der altid har nogle kvaliteter fælles på givne (divisor)positioner.

Disse forhold har betydning for de direkte sammenhænge mellem to eller flere tonaliteter i en periode. Skønt der i musikalsk praksis ikke hidtil har foreligget tonale definitioner, som har gjort det muligt teoretisk at referere til forskellige tonaliteter indenfor én og samme periode, så turde der foreligge exempler på musikalske fænomener, der har sådanne sammenhænge som baggrund. Det gælder f.ex. den melodik og de klange, som er dannet af grupper af såkaldte heltonetrin, almindeligvis med "tonus" (9:8) som intervalenhed (ex. 1/64 Y)*). Selvom sådanne heltonekomplexer kan høres som "funktionsløse" - ikke mindst på basis af 12-temperering - så fornemmes der dog ofte tydeligt to tonale halv-planer bag heltone-gennemvævet musik, ligesom den musikalske helhed er præget af tonale spændingsforhold og bevægelser. Noteret i det 7-tonale 5-linjede nodesystem side 118 ses disse heltonelinjer skudt halvt ind i hinanden:

ex:
s.118

*) Af talrige værker, hvori heltonefænomener af forskellig art er særlig fremtrædende kan af Debussy fremhæves preludiet "Voile", af Carl Nielsen nr. 3 af Tre klaverstykker (1928).

ex:



Kvalitet +6 i gruppen -i- angiver blot den interval-symmetriske tone (Gis), som imidlertid i et ikke-modulerende forløb skal være en gentagelse af ❻ (As), følgende efter +4 (Fis):

	Fis	As
	+4	❻
difference:	-10	

Det er samme interval (difference -10), som dannes i heltonekomplexet -ii- mellem Cis og Es, hhv +5 og ❺

difference: -10

Et sådant "knæk" undgås ikke i nogen tonal heltonelinje, der føres ud over en oktav. Det er imidlertid igennem heltonelinjen -i-, at kvart/-kvint-12tonaliteten hænger sammen med en anden, idet +1'tabellens 12tonalitet i exakt samme periode har denne heltonelinje -i- som en delmængde af sine 12 toner, som det fremgår af exempel I/64, hvori -i- ses som fælles kvaliteter for de to tonaliteter. I ex. x og y ses hhv +1'tabellen og -5'tabellen (kvart/kvint-tonalitetens) med deres kvaliteter skiftevis forskudt for hinanden, dannende rækkerne a og b med a-rækken som den, der refererer til nodesystemernes heltolinjer. Af disse linjer er mængden -ii- ifølge sagens natur ikke aldeles identiske. I denne gruppe (jfr. i) står overfor hinanden følgende kvaliteter i x: ❺ ❸ ❶ 1 3 5, der differerer med +6 +6 +6 -6 -6 -6 til kvaliteterne i gruppe y: 1 3 5 ❺ ❸ ❶

Denne difference 6 for kvaliteter på samme positioner i tonaliteternes skalaer svarer til en intervalforskel på 6 grader, som i denne 12-periode svarer til et halvt croma (jfr. ex.I/40,12). Da denne 12-periodes

croma er et "pythagoræisk komma" ($1,5^{12}:2^{7} = 1,01364 32...=k$) er forskellen på 6 grader lig med et halvt pythagoræisk komma, som er lig med $\sqrt{k} = 1,006798...$ Det er indlysende, at det i ex. X,-ii- og Y,-ii- er positive, der er de højere og negative de dybere, hvad de anførte svingningstal bekræfter. I denne forbindelse er det vist, hvordan linjerne i periodens fletning kan anvendes analytisk (her vandret på grund af relationen til node-exemplerne), med +/-grader placeret over og under neutrallinjens punkter (ex. g). De stiplede linjer viser med ex. Y,-i- den linjeføring, der svarer til X,-i- og som netop falder sammen med heltonelinjen på de lige kvaliteter i y (❺ ❹ ❷ 0 +2 +4...). I afsnittet -ii- viser de stiplede linjer, hvordan heltonekvaliteterne netop i k k e falder sammen i X og Y.

Analysen, som viser den meget nære forbindelse mellem to tonaliteter i en periode, peger også indirekte på, at l'tabel-tonaliteten - den der overalt kommer neutral-tonalitetens (0'tabellens) nærmest, jfr. s.83 - meget vel kan være den, hvorpå en musik hviler, som er gennemvævet af heltoneklange og -forløb.. Baggrunden for den antagelse er netop, at l'tabellens tonalitet er én-cellet. Det betyder, at begge heltoneklangene, der balancerer omkring 0'tonen er uden intervallisk "knæk" indenfor cellen (jfr. differencen -10 s.118).

Bortset fra det obligatoriske dia- interval (her difference -11) ved skala-forlængelse udover oktaven er relationerne mellem klangenes gensidige nabotoner i skalaen (den egentlige dia-tonik) præget af mindst mulig spænding (+/-1 grad) i +1'tabellens tonalitet. Det er derfor nærliggende at anse en sådan heltonemusik af vegeterende karakter og uden markante tonale flader for at være udsprunget af denne tonalitets-type (jfr. værker af Debussy). En aktiv, dynamisk musik derimod med sådanne integrerede heltone-elementer stillet skarpt op imod hinanden (jfr. Carl Nielsen: Tre klaverstykker, Klarinetkoncert etc.) og f.ex. alternerende med klart heptatonale forløb principielt må have rod i

kvart/kvint 12-tonaliteten *). Disse principielle "heltone"-relationer mellem tonaliteter er ikke kun knyttet til tonus-enheden (9:8), men idet heltone-begrebet opfattes som et interval, bestående af de to "halvtone"-intervaller (i 12-tonaliteten diatonisk- og kromatisk "halvtone"interval), der i enhver tonalitet repræsenteres af dia+ og dia-, da findes "heltoner" ideelt set i alle tonaliteter, undtagen 0'tabellernes neutraltonaliteter. De her nævnte sammenhænge mellem tonaliteter i relation til fælles "heltone"linjer forekommer i hver anden af de l i g e perioder, dem, hvis størrelse p er lig med 4n(hvor n er et helt naturligt tal). Relationerne findes da mellem periodens én-cellede tonalitet (+/-1'tabellens) og tonaliteten med den u l i g e tabel $\frac{p-2}{2}$. Det er i 12-perioden 5'tabellerne - (12-2):2 = 5 - i 16-perioden 7'tabellerne - (16-2):2 = 7 - og så fremdeles i perioderne 2o, 24, 28....etc.

---

*) I denne forbindelse er spørgsmålet om den tonale basis for instrumentariet ikke af væsentlig betydning. Hvadenten det har naturtonefundament (blæsere), eø baseret på ren kvart/kvint-stemning (strygere) eller på 12-temperatur (tasteinstrumenter), vil de reelt klingende forskelle være underordnet selve musikken ("Zurechthören"). Det er musikken som sådan og det grundlag, på hvilket komponisten har "hørt" eller principielt "konstrueret" den, der er afgørende.

II: DE TONALE TRANSPOSITIONER.

I analysen ex. I/64 er 12tonalitetens to heltone-komplexer illustreret yderligere med noder i to forskellige nodesystemer: det 5'linjede heptatonale og det dodecatonale 7-linjede system (jfr. ex. I/27 etc.). Det 5-linjede system, som er selvfølgelig til registrering af 7-tonalt dia-toniske fænomener, er selvsagt for lille til umiddelbar anskueliggørelse af 12-tonalt dia-toniske forhold . En ikke-kender vil straks kunne se af 7-linjesystemets ex. -i- og -ii-, at de to tonerækker - hhv linjernes og mellemrummenes - kan skubbes ind i hinanden, saaledes at de udgør en ubrudt tonerække, som er tonesystemets skalamæssige forløb. Ikke-kenderen kan derimod ikke gennemskue, at 5-linjesystemet viser samme fænomen *). Det kræver kendskab til et andet systems specielle diatoniske struktur og deraf følgende fortegnskrav og -virkninger, der f.ex. ytrer sig som den formindskede terz (ex.-ii-: Cis/Es), der har største nodemæssige afstand, uagtet det representerer heltonelinjens "knæk" og mindste interval; det er 12 grader, altså et croma (her pythagoræisk komma) mindre end de andre intervaller. Denne formindskede terz findes naturligvis på samme sted i 7-linjesystemet, ex. -ii-, for så vidt dette system tænkes gældende for kvart/kvintsuitens 12-tonalitet. Men et nodelinjesystem for én tonalitet af størrelsen p er adækvat for enhver tonalitet af størrelsen p. Det vil sige, at exemplets 7-linjesystem gælder for både kvart/kvintens -5'tabel og den én-cellede +1'tabel. I det sidste tilfælde, hvor linjernes kvaliteter er de samme som -5'tabellens, vil mellemrummene stå for andre tal-kvaliteter, som i ex.I/64, er anført.

---

*) I 5-linjesystemet har fortegnene samme distraherende virkning som i Bachs klart heptatonale Passepied (ex.I/26,I), noteret med fortegn i det altfor snævre pentatonale 3-linjesystem.

i nodesystemet yderst tilhøjre - fra neden: -5 -3 -1 1 3 5.

Det betyder, at et nodelinjesystem, almindeligvis betragtet som éntydigt, i virkeligheden er flertydigt. Dets tonale gyldighed må fastsættes specielt i relation til en given tonaltabel, og først da kan placeringen af de dia-intervalliske forskelle (dia+/dia-) fastsættes.*)

Til forskel fra denne nodelinjesystemernes flertydighed er de af periode-fletningen udflettede linjer - hhv. ex. X og Y - éntydigt tilknyttet resp. +1' og -5'tabellerne. Desuden viser de stiplede linjer - hvad exemplerne I/60-61 illustrerer - at forskellige tonaliteter ihvertfald rent analytisk kan markeres i samme plan, idet betingelserne for tonaliteternes samhørighed - de identiske gradstørrelser - er underforstået. Dette antyder muligheden af og viser vejen til principperne for en tonal geometri, -en slags universelt "nodesystem"- der direkte kan anskueliggøre de enkelte tonaliteters individuelle strukturer og dermed iboende dynamik, del vil sige de cellemængder, -arter og -størrelser, som tonaltabellens numeriske størrelse og fortegn iøvrigt giver oplysning om, direkte og indirekte (jfr. s. 94).

Det er denne tonale geometri, der skal gives retningslinjer for i det følgende. Men forinden er det formålstjenligt, at redegøre for konsekvenserne af, at ét for en periode givet nodelinjesystem er tjenligt for enhver af periodens tonaliteter.

*) Linjesystemet kan naturligvis også tænkes anvendt forenhver periodes neutraltonalitet (0'tabellens) med dens fuldstændig ens skala-intervaller. Men i så fald er brugen af fortegn (grad-ændringer) aldeles utænkelig. Derfor er det selvmodsigende -i en grad, der står i skinger kontrast til subtile definitioner og argumentationer, givet af den serielle musiks skarpe tænkere - at seriel 12tonemusik, byggende på neutralintervaller, anvender en for snæver 7-tonalitets udpræget tonale 5-linjesystems midler med deraf følgende, meningsløse brug af positive og negative fortegn, u d e n konsekvent at anføre (evt. med en fast vending), at fortegnene ikke er tonalt gyldige. De anvendes her kun som (u)dyd af nødvendighed, så længe det altfor lille 7-tonale 5-linjesystem bliver brugt af konventionelt praktiske grunde. Men det er også ejendommeligt selvmodsigende, at mange komponister har haft m ó d til at bryde fuldstændigt med det overleverede, heptatonale 5-linjesystem for at hengive sig til kryptisk grafiske notationsmidler, medens i n g e n har haft mod til det enkelt konsekvente: at udvide et 7-tonalt linjesystem til et 12tonalt!

NODESYSTEMETS FORTEGNSBUKETTER.

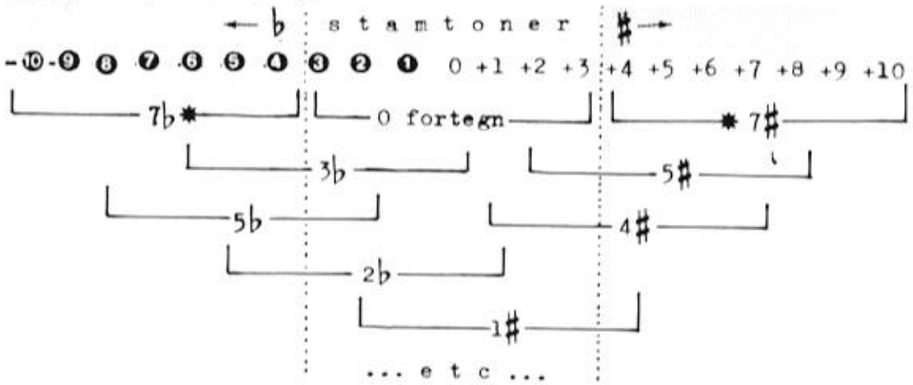
Sålænge tonaliteternes skalamateriale ikke transponeres, dvs. (forskydes med alle indbyrdes intervalproportioner intakte i hhv ♯- og ♭-retning) siger det givne linjesystem intet om tonalitetens struktur. Men så såre transpositionerne tages i brug, meddeler "buketten" af fortegn ganske nøje, hvilket system, det vil sige hvilken tonalitet (tonaltabel) der er tale om indenfor den givne periode. Også her er det formålstjenligt, at lade 7-perioden - hvori indgår den hævdvundne kvart/kvint heptatonalitet med tonaltabel +2 - være normgivende for exemplificeringen af fortegnsbuketternes fænomén, idet 7-perioden hører til de usammensatte (primtalsperioder) og derfor rummer 6 regulære tonaliteter foruden neutraltonaliteten (0'tabellens): tre (positive) tonaliteter med expansible og tre (negative) med kontraktible celler.

Begrebet "fortegnsbuket" omfatter det antal fortegn, der svarer til periodens størrelse, noteret i den rækkefølge , fortegnene indtræder ved successive transpositioner af tonaliteten i resp.♯- og ♭-retning, idet det skal understreges - hvad gang på gang er bemærket - at ♯-interval og ♭-interval (positivt og negativt croma) er ens for alle tonaliteter i en periode med fixerede svingningstal.

Til 7-periodens 6 tonaliteter hører da 2·6 fortegnsbuketter à hhv 7 ♯'er og 7 ♭'er. At bestemme rækkefølgen af ♯/♭'er i disse buketter er simpelt, idet - velkendt fra kvart/kvint heptatonaliteten - ♯'erne indtræder successivt opefter i kvintrækken, ♭'erne successivt nedefter. Da de mulige stamtone-talkvaliteter i 7-periodens tonaliteter kun er: -3 -2 -1 0 +1 +2 +3 da betyder det, at de numerisk større værdier i ♯retning kun kan indrages successive, samtidig med at de numerisk største værdier i ♭-retning bortfalder og omvendt. Det er enkelt at illustrere dette transpositionens princip med en i realiteten ad infinitum gående positiv og negativ tallinje, repræsenterende rækkefølgen

af primære generatorintervaller, en tallinje velkendt fra mange analyser:

ex. (transpositioner):

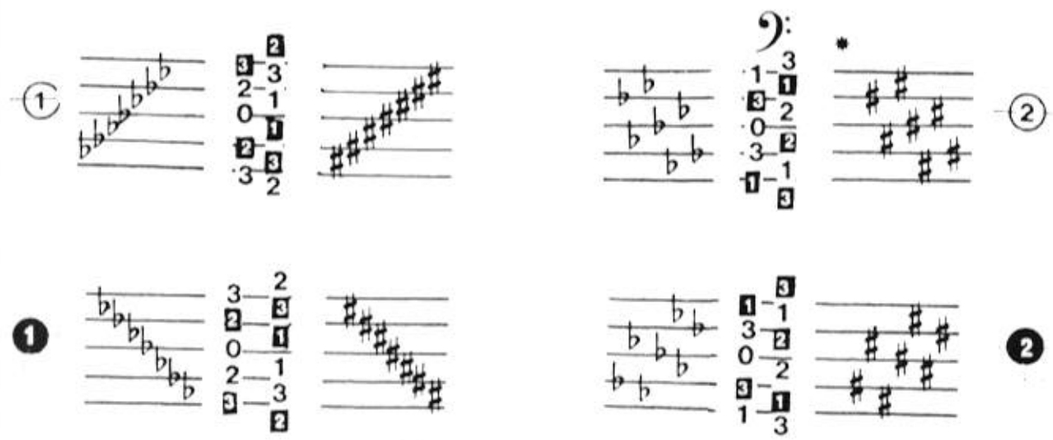


De forskellige til hver side flyttede rammer er exempler på transponerede tonaliteter med angivelse af det antal faste fortegn, den transponerede tonalitet har, hvilket bl.a. fremgår af det antal stamtoner, der er tilbage indenfor tonalitetsrammen idet resten er faste ♯- eller ♭-toner i den rækkefølge de indtræder. De to øverste rammer på fløjene af talrækken, mærket * er netop flyttet udenfor stamtonefeltet og har derfor hhv ♯ og ♭ for alle 7 stamtoner. For dem gælder, at hele fortegnsbuketten må bruges for at angive de faste fortegn se næste side. H e r kan da nodelinjesystemet (5 linjer og 4 mellemrum) igen træde ind i billedet med sine på hinanden følgende linjer og mellemrum som system for rækkefølgen af kvaliteter i en tonaltabel (tonalitet). Når principielt midterlinjen i systemet angiver 0'kvaliteten i enhver tonalitet, får tabellerne (dvs stamtonerne) de placeringer i systemet,som følgende exempel viser, idet fortegnsbuketterne placeres med ♭'er til venstre og ♯'er tilhøjre for stamtone-talkvaliteterne. Som konsekvens af at ♯'er successive udskifter de mindste værdier (-♭ -♯ -♮...etc) og ♭'er successive de største (+♭ +♯ +♮...etc), giver selve rækkefølgen

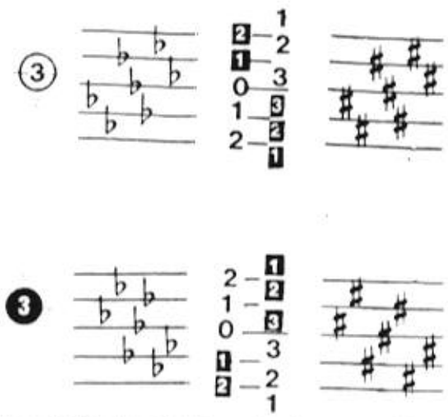
af fortegn et grafisk "billede" af tonaliteten, som på forbløffende måde ligner de tonalt geometriske strukturer, de samme tonaliteter danner i periodeplanerne (ex.II/44):

ex: stamtoneplacering og fortegnsbuketter i 5-linjenodesystemet for:

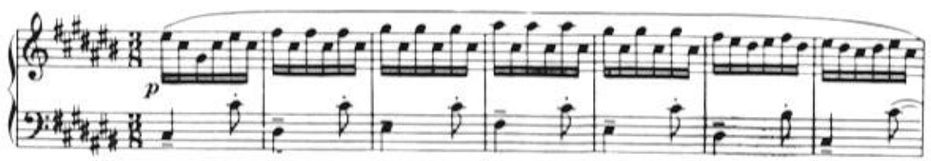
1'tabellerne: 2'tabellerne:



3'tabellerne:



*) jfr. fortegnsbuketten i Bachs Sis-dur præludium af Wohltemperiertes Klavier:



Transpositioner, der fører tonaliteterne endnu videre i hhv ♯- og ♭-retning, inddrager successive dobbelt ♯'er (×) og dobbelt b'er - ♭♭ jfr. ex. I/4o/29/41/53, hvor der anføres 4♭G (♭♭♭♭G), 6♭A og 8♯F etc. Men heraf ses det da, at stam-kvaliteterne, f.ex. bogstav-

kvaliteterne:	F	C	G	D	A	E	B	med
tal-kvaliteterne:	-❸	-❷	-❶	0	+1	+2	+3	eller bogstav-
-kvaliteterne:	A	B	C	D	E	F	G	med
tal-kvaliteterne:	+1	+3	-❷	0	+2	-❸	-❶	

- principielt hæves med 7 generatorintervaller, når der sættes ét ♯ for dem, med 14, når der sættes 2♯ for dem, med 21, når 3♯ sættes etc. Og tilsvarende sænkes de respektive stam-kvaliteter med 7 generator-intervaller, når ét ♭ sættes for dem, 14 med 2♭ , 21 med 3♭ etc. etc. Her er altid dét tonale forhold underforstået, at et vilkårligt antal oktaver kan bortkastes eller tillægges for at placere en fortegnsændret kvalitet (stamtone) i den adækvate dia-toniske sammenhæng med andre kvaliteter

Deraf fremgår evident, at t o n a l i t e t e r e r (til dels klang-materialiserede) t a l s y s t e m e r med p énere (p = periodens størrelse), og antallet af ♯'er og ♭'er er disse talsystemers positive og negative p'ere (jfr. 10'talsystemets 10'ere!).

Dette kan bedst illustreres med 7-periodens 0'kvalitet, der i alle tilfælde her svarer til tonen D. Da haves følgende:

	antal fortegn:	kvalitet:	antal af 7'ere:	/ 1'ere:	forskel i antal af generator-intervaller i forhold til 0'(nul)tonen, angivet i 10'talsystem:	
	1 ♯	D	1	0	- 7	
	2 "	D	2	0	- 14	
	3 "	D	3	0	- 21	
	4 "	D	4	0	- 28	
	etc.		etc.		etc.	
For tonalitetens positive stamtoner A =+1, E= +2, B =+3, haves:	1 ♯	A	1	1	- 7+1	- 8
	2 "	A	2	1	- 14+1	-15
	3 "	A	3	1	- 21+1	-22
	8 "	A	8	1	- 56+1	-57
- eller:	4 ♯	E	4	2	- 28+2	-30
	5 "	E	5	2	- 35+2	-37
- eller:	1 ♯	B	1	3	- 7+3	-10
	6 "	B	6	3	- 42+3	-45

Lidt afvigende fra almindelige talsystemers praksis er, at tonale talsystemer opererer med positive "10'ere" (her 7'ere) i forbindelse med negative 1'ere og omvendt: negative "10'ere" (in casu 7'ere) i forbindelse med positive 1'ere foruden det almindelige, at både"10'ere" og 1'ere er positive (som ovenfor), resp. negative (jfr. det følgende). Dette er en følge af, at stamtoner (i.e. 1'ere) fordeles ligeligt (i alle ulige tonaliteter) mellem positive og negative omkring 0 (i lige tonaliteter med én kvalitet mere enten på +' eller -'siden af 0).

Forbindelser af positive 7'ere og negative 1'ere - analogt det foregående - vil forekomme med kvaliteterne G (-1), C (-2) og F (-3) og derfor give nedenstående talsammensætninger i et 7'talsystem, idet negative 1'ere og 7'ere anføres med grafisk negativt skrevne tal:

	antal fortegn:	for kvalitet:	antal af 7'ere: / 1'ere: (= 7'talsystem)	forskel i antal af generatorintervaller i forhold til 0'tonen; angivet i 10'talsystem:	
	1 ♯	G	1 ❶	= 7-1	= 6
	4 "	G	4 ❶	= 28-1	= 27
eller:	2 "	C	2 ❷	= 14-2	= 12
	6 "	C	6 ❷	= 42-2	= 40
eller:	8 "	F	8 ❸	= 56-3	= 53
	(jfr.ex.I/4o/53)				
Kombinationer af -7'ere og +1'ere:	1 ♭	E	❶ 2	= - 7+2	= -5
	2 "	A	❷ 1	= -14+1	= -13
	3 "	B	❸ 3	= -21+3	= -18
Kombinationer af -7'ere og -1'ere:	2 ♭	C	❷ ❷	=-14-2	=-16
	1 "	F	❶ ❸	= - 7-3	=--10
	3 "	G	❸ ❶	= -21-1	= -22

Princippet kan anvendes på enhver periodestørrelse p, der er at opfatte som et p'talsystem. Den er igen basis for enhver af de mulige tonaliteter, det vil sige de tonaltabeller, hvis varierede rækkefølge af l'ere udgør periodens forskellige stamtonesystemer. "vordan de i forskellige perioder intervallisk relativt virkende musikalske fortegn optræder som p'ere foran l'erne (stamtallene/stamtonerne) ses i større sammenhæng af hosstående exempel for 7-periodens 7'talsystem (jfr. ex.): konkretiseret med en stamkvintrække (generatorinterval) ses i kolonne K) stamkvinterne og i S) stamtallene, gentaget i forlængelse af hinanden. Ved hver gentagelse i positiv retning tilføjes et ♯, i negativ retning et ♭ Det sættes som hhv positive og negative 7'ere (=p'ere), føjet til l'erne e) i dobbeltkolonnen p/e, og denne repræsenterer da det tonale 7'talsystems positive/negative talrække. 7'tals notationens værdier ses i kolonne Z) i normal 10'tals-notation.

S	K	p|e	Z
0	D	30	21
1	G	31	20
2	C	32	19
3	F ♯♯♯	33	18
3	B	23	17
2	E	22	16
1	A	21	15
0	D	20	14
1	G	21	13
2	C	22	12
3	F ♯♯	23	11
3	B	13	10
2	E	12	9
1	A	11	8
0	D	10	7
1	G	11	6
2	C	12	5
3	F ♯	13	4
3	B	3	3
2	E	2	2
1	A	1	1
0	D	0	0
1	G	1	1
2	C	2	2
3	F	3	3
3	B♭	13	4
2	E	12	5
1	A	11	6
0	D	10	7
1	G	11	8
2	C	12	9
3	F	13	10
3	B ♭♭	23	11
2	E	22	12
1	A	21	13
0	D	20	14
1	G	21	15
2	C	22	16
3	F	23	17
3	B ♭♭♭	33	18
2	E	32	19
1	A	31	20
0	D	30	21

7

p = p'ere = ♯/♭-toner
e = enere = stamtoner
Z = heltalrække (+,-)
S = stamtal
K = stamkvinter

Talsystemets grundstruktur er selvsagt den samme, uanset hvilken af de 6 heptatonale generatorintervalrækkers stamnavne, der sættes som kolonne K). Det karakteristisk tonale ved talsystemet udover fordelingen af l'erne mellem positive og negative værdier omkring 0 er imidlertid tonal-tabellerne, som dannes ved oktavomlægningerne af generatorintervalrækkernes kvaliteter, som det kendes fra mange analyser. I ex. II/31. ses selve stamtonefeltet omgrupperet til kvart/kvint 7'tonalitetens stamtone-klaviatur og dens tonaltabel +2, medens værdierne i kolonne Z) fra -20 til +20 omgrupperes til klaviaturet for kvart/kvintsuitens 41'tonalitet. Men ud fra den betragtning, at klaviaturet skal være redskab for det tonale 7'talsystems (heptatonalitetens) fortsatte værdier (kolonne p/e) er disse anført indenfor en oktav i 41'stamklaviaturets skalarækkefølge. Følgende samme procedure viser ex. II/32 stamnavnene (K) for en generatorintervalrække: U X R T V Q S, som ved omgruppering danner 7'periodens tonaltabel **3** - en tonalitet som er reciprok til kvart/kvintens /7/ tonalitet (jfr. ex. I/36).

Tilhørende samme /7/ periode som kvart/kvintsuiten, indgår denne "terts/sext"agtige tonale **3** tabel i et suiteforløb af tonalitetsstørrelserne /7/, /10/, /17/, /27/, /37/...etc (jfr. II/9. og 10.: Tonale suiter -3). I II/32 omgrupperes de fortsatte værdier i kolonne Z) derfor til /37/ tonalitetens klaviatur. I begge ex.(II/31,32) viser 7'talsystemets værdier ganske nøje med 7'erne (p'erne), hvilke stamtoner der er fortegn for, og hvor mange fortegn (7'ere), der er tale om for stamtonerne hhv

1	3	**2**	0	2	**3**	**1**	og	2	**1**	3	0	**3**	1	**2**	(=tonaltabel)
A	B	C	D	E	F	G		Q	R	S	T	U	V	X	(=stamnavne)

Tonaliteterne i et suite-forløb har da hver deres tonale talsystem efter dette princip, og hvor en tonalitet bevæges udover sit talsystems mængde af l'ere, hvorved p'erne (♯ og ♭'er) føjes til, svarer det til, at tonaliteterne transponeres (jfr. Transposition, side121 ff).

Med det tonale talsystem, sat i relation til tonaliteterne indenfor en suite, gives der et exakt beskrivelsessystem, som er en udbygning af de l'er talsystemer, der med en periodes tonal-tabeller modulo p er aldeles fundamentale for begrebet t o n a l i t e t. Sådanne talsystemers indbyrdes relationer i en tonalsuite viser exempel II/33 med 5 på hinanden følgende af kvart/kvintsuitens tonalitetsstørrelser som basis for talsystemerne. Her spiller ethvert systems l'ere rollerne som s t a m t o n e r, medens p'erne (♯/♭) refererer til tonale bevægelser udover stamtonefeltet. Ydermere har det tonale talsystem som helhed - påpeget gang på gang i andre sammenhænge - den særlige fordel fremfor de ifølge sagens natur såre begrænsede bogstavsymboler, at talkvaliteterne giver exakte meddelelser om toners konkrete svingningstal. Disse svingningstal kan udledes af talsystemerne på en varieret måde i kraft af de oplysninger, der gives med sammenstillingen af systemets l'ere og p'ere:

Lad en konkret tone være ♯♯D. Den noteres i 7'talsystemet som p/e
2 0, altså to syv'ere plus nul ener. Denne fjortende kvint, som må sænkes otte oktaver for at blive sat på plads i skalarækkefølge, har derfor - noteret i 10'talsystemet - svingningstallet $(1,5^{14}):2^{8}$ = 1,1403486....(Og her er det forudsat, at kvinten (3:2) er det primære generatorinterval, altså en "positiv kvint").

I 7'talsystemet står imidlertid, at der er tale om nul-kvaliteten (en'eren 0), hævet to croma'intervaller (♯♯D), og c r o m a forudsættes kendt for enhver fixeret periode ,her fællesintervallet for den 7'periodes tonaliteter, hvoraf kvart/kvint heptatonaliteten er den ene. Lad dette 7'periodens croma have svingningstallet c da har ♯♯D svingningstallet c^{2}=1,14^{0}3486... Den samme kvalitet i 12'talsystemet noteres som: p/e
1 2, dvs én tolver og to l'ere. Den lille l'er-kvalitet, 2, er den samme som i 7'talsystemet: tonen E = $1,5^{2}:2$ = 1,125. Her er 12'periodens croma

kendt $(1,5^{12}:2^{7})$, og lad det være tallet ć medens l'eren er E, da er svingningstallet lig med ć·E = 1,1403486....

For udregninger af sv/tal for ♯♯D i denne tonalsuites øvrige tonale talsystemer (/17/,/29/,/41/) gælder - hvad der råder overalt - at disse talsystemers p/e'ere refererer til det til enhver tid primære (positive) generatorinterval, og dette er i suitens /17/-, /29/- og /41/-tonaliteter ikke kvinten men den her positive, altså primære kvart(4:3). Det betyder, at talsystemernes både aritmetiske (+/-) og tonale fortegn (♯/♭) skal omvendes, dersom udregningen af sv/tal for ♯♯D gøres på basis af faktorerne i talsystemerne /17/, /29/ og /41/.

For at kunne anvende 10'talsystemets almindelige talsymboler til exakt meddelelse af detaljer i ethvert tonalt talsystem er det nødvendigt at fastsætte nogle normer for talbeskrivelsen, idet en hovedregel må være, at når intet andet er fastsat, da gælder 10'talsystemet. Det ses f.ex., at /41/talsystemet har op til 11 to cifrede tal, fra 1o til 2o, der alle er at opfatte som l'ere. Således skrives tallet enogtyve(21)med 1 som positiv p'er (=en"41"er) og 20 som negativ l'er, således: 1;20(i.e.i 1o'talsystem: 1·41,-2o·1). I almindelig sats vil der til angivelse af tal i tonale talsystemer blive anvendt dels skråstreger //, dels tegnet ; semikolon. Indenfor skråstregerne sættes tallet, der angiver systemets størrelse, f.ex. /41/, hvis det ikke utvetydigt fremgår af sammenhængen, hvilket system, der opereres med. På hver side af semikolon sættes hhv p'ere og l'ere, f.ex. 2;-8 eller -1;02, det sidste med et 0 skudt imellem ; og 2, fordi der måtte være tale om et system, hvis l'ere går til 10 og derover, men ikke udover 99. I relation til talsystemerne i ex. II/33 (ad.s. 126) skrives tallet 21 på følgende måder:

/7/3;0 /12/2;-3 /17/1;4 /29/1;-08 /41/1;-20 etc.

Selvom ethvert talsystem ville kunne bruges til angivelse af vilkårligt store numeriske størrelser, turde hensigten med de tonale talsystemer først og fremmest være at bruge dem til exakt at notere elementerne i tonaliteter, der udover deres eget stamtonefelt transponeres til områder imellem de givne tonalsuiters større tonaliteter. Således viser ex.II/31,32, hvordan tal-kvaliteterne i 41- og 37-tonaliteternes klaviaturer noteres hhv som stamtal (tonaltabel), altså l'ere i de større talsystemer og som kombinationer af p'ere og l'ere i 7'talsystemet. Det sidste meddeler umiddelbart, hvor der er fortegn, hvor mange der er, og for hvilke stamkvaliteter de står. Dette siger igen, hvor langt ud transpositioner af 7'tonaliteterne kan strække sig i de respektive større tonaliteter. I det følgende bliver transpositions--fænomenet yderligere belyst som oplæg til en beskrivelse af principperne for et tonalt koordinatplan, hvori de tonale bevægelser (transpositionerne) kan beskrives grafisk.

PRINCIPPER FOR TONALE TALSYSTEMERS NOTATION.

Principielt er der ingen grænser for, hvor langt ud i sit talsystem en tonalitet kan bevæge sig (transponeres), selvom musikalske erfaringer hidtil har vist, at ## og bb ikke er blevet overskredet i praksis. Imidlertid er tonalitetsbegrebets perspektiver så vide og mulighederne for dets gyldighedsområder så mangfoldige, at det vil være formålstjenligt at redegøre nærmere for principperne for den praktiske udformning af tonale talsystemer.

Rent formelt og i kraft af deres kvalitative indhold adskiller tonale talsystemer sig nemlig fra rent kvantitative, sådan som de almindeligvis beskrives og udformes, idet disse kun opererer med positive tal, når de kvantitativt er større end 0, og kun negative, når de er mindre. Desuden er et grundprincip at tonale talsystemer er heltal-systemer.

l'erne er tallets (tonens) oprindelige kvalitet, medens alle p'er angiver, hvor langt ud i #- eller b-retning l'eren er transponeret (jfr. kap. Transposition s. 145 ff).

Grundlæggende for udbygning af det tonale talsystem er 3'talsystemet, idet det kan noteres udelukkende med de for alle talsystemer fundamentale symboler - 0 + , hvilket er lig med minus 1, nul l'er og plus 1, således: -1 0 +1, eller med hvide tal som negative: 1 0 1 (jfr.s.95 ff)
I større tonale talsystemer er det blot 3'talsystemets fortegns-sider, der udbygges, hver i sin retning: - 0 + I et 7'talsystem fordeles l'erne sådan: ..... /7/: - - - 0 + + +
3 2 1 1 2 3
- i et lige 12'talsystem sådan:
eller med 1 negativ værdi mere og derfor 1 positiv mindre, gældende for alle lige talsystemer:

/12/ - - - - - 0 + + + + + +
5 4 3 2 1 1 2 3 4 5 6

- - - - - - 0 + + + + +
6 5 4 3 2 1 1 2 3 4 5

I det almindelige princip for opskrivning af tal har hvert ciffer en værdi, der svarer til tallets position i den rækkefølge af ciffre tallet som helhed omfatter, idet l'erne har nul'te og - når systemet er et p'talsystem - p'erne har 1. position etc. Positionen n svarer da til n'te potens af p, medens tallets numeriske værdi på den n'te position angiver det pågældende multiplum af p^n, og tallets værdi er lig med summen af de forskellige positioners værdier.

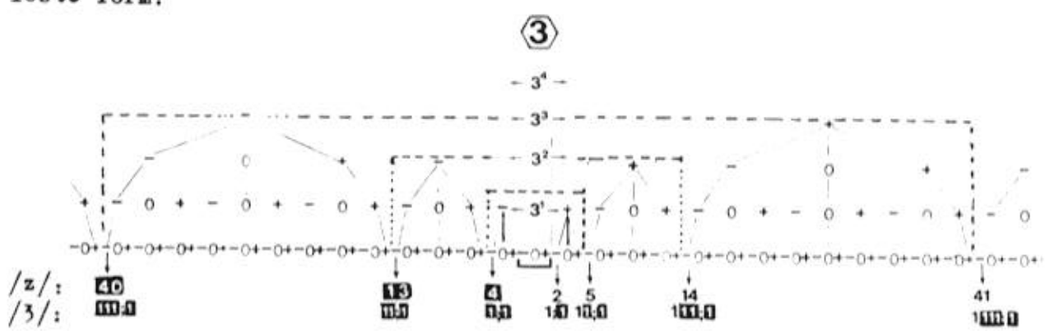
Således vises nedenfor tallet 231 (t o, t r e, e n) i en række forskellige systemer, idet talsymbolerne er de gængse ti*) 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 :

position:	2. 1. 0. = exponenter for p	noteret i 10'talsystem:
	↓ ↓ ↓ /10/	
p'talsystem:		
p = 10	2 3 1 $= 2\cdot10^2 + 3\cdot10^1 + 1\cdot10^0$	
(værdi i/10/):	200 + 30 + 1	= 2 3 1
p = /12/	2 3 1 $= 2\cdot12^2 + 3\cdot12^1 + 1\cdot12^0$	
(værdi i /10/):	288 + 36 + 1	= 3 2 5
p = /7/	2 3 1 $= 2\cdot7^2 + 3\cdot7^1 + 1\cdot7^0$	
(værdi i /10/):	98 + 21 + 1	= 1 2 0

alle udregninger i /10/talsystem

Den afgørende forskel i^ned^skrivningen af tonalt kvalitative i forhold til kvantitative systemer er som nævnt, at positive og negative værdier blandes i de tonale systemer i konsekvens af det gennemførte ligevægts- eller symmetri-forhold, der er grundlæggende for opstillingen af 1'ernes fortegnsværdier. (Disse er som bekendt den pågældende generatorintervalrækkes positive/negative kvaliteter). Dog angiver altid fortegnet for tallet med den største positionsværdi (= det 1. tal), hvorvidt der er tale om et egentligt positivt eller negativt tal.

Det fremgår af nedenstående udsnit af 3'talsystemets positive/negative talrække, hvordan det tonale tals positionssystem udfolder sig i sin enkleste form:

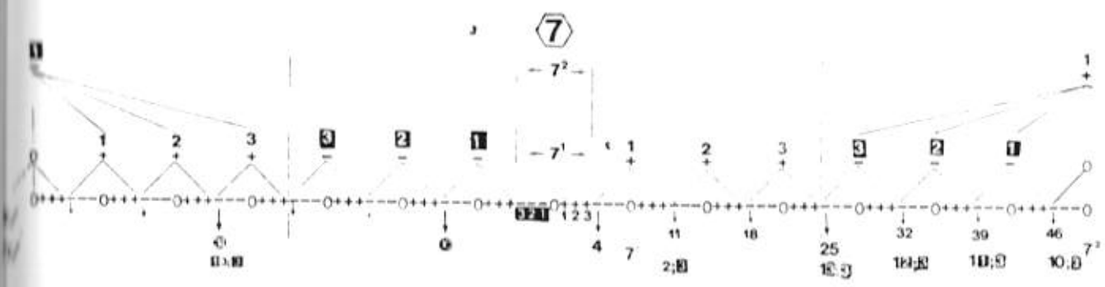


*) Til disse talsymboler svarer de tonale bogstav-stamnavne, idet den rækkefølge, stamnavnene har i forbindelse med generatorintervalrækken, svarer til tallene 0, 1, 2, 3... med den forskel at stamnavne for negative kvaliteter er selvstændige, jfr. heptatonalitetens -3,-2,-1 (F, C, G) og +1 +2 +3 (A E B).

Omkring den centrale gruppe af tre 1'ere (dvs tallene i 0'te position) er med stiplede linjer markeret først de tre grupper á 3, hvoraf den negative del af 3 noteres med to ciffre:

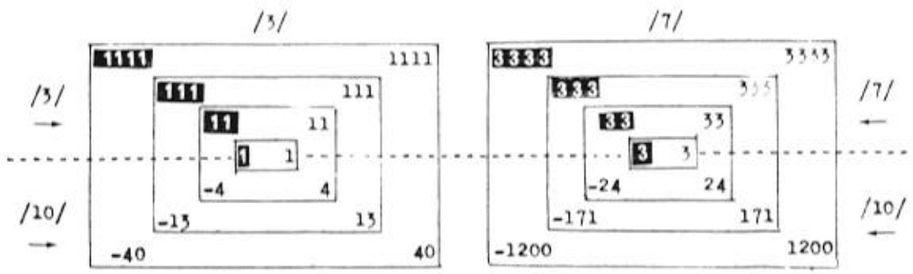
/3/	11	10	11	og den positive noteres sådan:	/3/	11	10	11
/z/	-4	-3	-2		/z/	2	3	4

Disse danner en gruppe af 9 ($=3^2$), og på hver side af den står hhv en negativ og en positiv del af 9, hvis værdier noteres med tre ciffre, hvoraf 111 (= -9-3-1= -13) er det numerisk største negative tal og 111 (= 9+3+1=13) er det største positive tal. Endelig står på hver side af denne 27-helhed (3^3) respektive en negativ og en positiv 3^3' del med de 4-ciffrede tal 1111 (=27+9+3+1=40) og 1111 (= -27-9-3-1= -40) som de numerisk største tal, etc.etc. Hvordan dette princip udbygges kan illustreres med et tilsvarende exempel på et lidt større ulige talsystem, et udsnit af /7/talsystemet:



De største 1'ere er her hhv 3 og 3. Det medfører igen, at de numerisk største 2'ciffrede tal er hhv 33 ($-3\cdot7^1-3\cdot7^0$= -21-3= -24) og 33 (=21+3 = 24), og de 3'ciffrede er 333 ($=3\cdot7^2+3\cdot7^1+3\cdot7^0$ = 147+21+3 = 171), respektive 333 (= -147-21-3= -171), etc. Som følge heraf kan alle tænkelige kombinationer af 0'te og 1. positions tal kombineres med ethvert af 2.positionens tal.

U l i g e talsystemers numerisk største l'ere er det samme talsymbol, i /7/talsystemet 3....3, i /17/talsystemet 8....8 etc., og en konsekvens heraf er, at de numerisk største 1, 2, 3...n'ciffrede tal også er sammensat af disse talsymboler. Sådan fremgår det af nedenstående oversigter over de største 1, 2, 3, og 4'ciffrede tal i /3/' og /7/'talsystemerne, vist i exemplets øverste halvdel med det givne talsystems talsymboler og i underste halvdel oversat til /10/talsystemets kvantitative tal (jfr. også ex.II/35



H a l v p e r i o d e (‡)

I et ulige /p/talsystem er de numerisk største tal med n ciffre lig med $(p^n-1):2$. Som det fremgår af exemplet ovenfor er i /7/talsystemet de numerisk største 2'ciffrede tal lig med $\frac{7^2-1}{2} = \frac{49-1}{2} = 24$, og de største 3'ciffrede tal: $\frac{7^3-1}{2} = \frac{343-1}{2} = 171$ etc.. Reglen er simpel, og da et ulige talsystem gælder for en tilsvarende ulige periode-størrelses tonaliteter, for hvilke det er praktisk at have en fællesbetegnelse netop for tallet $\frac{(p^n-1)}{2}$ vil dette tal-begreb (altså den numerisk største talkvalitet for enhver ulige tonalitet) blive kaldt h a l v p e r i o d e. Som begreb får det også sit eget tegn: ‡ (et lodret gennemstreget

2'tal), der i tekstlig sammenhæng læses "halvperiode", men som også kan behandles principielt talmæssigt, f.ex. $p^{‡}$ (tallet p, hævet til halvperiode-størrelsens potens) etc.

Af det følgende vil fremgå, at l i g e tonale talsystemer er lidt mere komplicerede end ulige. Denne "lige"hedens særstilling i forhold til "ulige"hedens spiller i senere sammenhæng en betydelig rolle også indenfor selve de ulige talsystemer (resp. ulige tonaliteter). Disse viser det sig praktisk i visse henseender at dele i to kategorier, den ene har l i g e ‡, således at ligningen ‡:2 (halvperiode-tallet divideret med 2) har heltallig løsning, hvad den anden kategori (de ulige tal med ulige ‡) ikke har. De ulige tal, hvis ‡ er lige tilhører den kategori ulige tal, som - begyndende med tallet 1 - har difference 4:

		1	5	9	13	17.....
ex. a)	diff.:	+4	+4	+4	+4	....

De ulige tal derimod, hvis ‡'tal også er ulige, tilhører en anden kategori som - udgående fra 1 har differencen -4:

		(+)1	-3	-7	-11	-17.....
ex. b)	difference:	-4	-4	-4	-4	.....

Opstillet med tallet 1 som centrum kan disse to tal kategorier, hvoraf kategori b) nødvendigvis må noteres som "negative" tal, sættes på en til hver side ad infinitum gående tallinje, der omfatter alle ulige tal, og som i denne opstilling har samme positive difference 4:

/p/ =	...-15	-11	-7	-3	1	5	9	13	17....		
ex.c) difference:	+4	+4	+4		+4	+4	+4	+4	+4	.....	
			(p-1):2 = u				(p-1):2 ≠ u				

Ligningen ovenfor, hvor u er lig med et ulige tal, markerer, at kategorien, der er noteret som negative tal tilfredsstiller ligningen, idet ‡ = u, medens de positivt noterede ulige tal ikke har ulige ‡.

De ulige tals fortegn i ex. c) får kun almindelig aritmetisk betydning, dersom tallene indbyrdes multipliceres (resp. divideres, hvor de er sammensatte, altså produkter af primtal), idet fortegns-reglen træder i kraft, således at produkter (resp. kvotienter) af positivt noterede (+) og negativt noterede (-) ulige tal giver disse ligninger:

$$(+)\cdot(+) = (+)$$
$$(-)\cdot(-) = (+)$$
$$(+)\cdot(-) = (-)$$

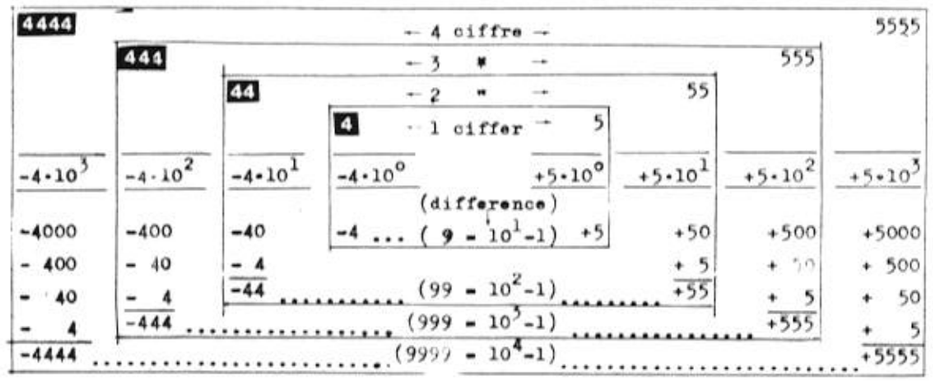
Heraf kan det umiddelbart skønnes, at ulige kvadrattal (3^2 5^2 7^2 9^2....=9 25 49 81 etc.) alle må forekomme i kategorien af positivt noterede tal for blot at nævne ét karakteristisk træk ved denne kategorisering. Det vil af en anden sammenhæng (Egenladning-strukturer og egenladnings-plan) fremgå, at denne kategorisering og fortegns--karakterisering af de ulige tal har overordentlig stor betydning. Til forskel fra aritmetikkens konventionelle brug af fortegn (+/-) vil fortegnene i denne forbindelse blive kaldt generelle fortegn. (Derom mere i den adækvate forbindelse).

L i g e t a l s y s t e m e r

For de lidt mere komplicerede l i g e tonale talsystemer /p/ fører ligningen (p-1):2 naturligvis ikke til heltallig løsning, hvorfor der ikke kan fixeres kun ét ♯'tal (halvperiodetal). Med 0 som centrum har lige talsystemer derfor en ulige (uens) fordeling af positive og negative tal, idet der - som vist side 133,2 - nødvendigvis må forekomme ét tal mere med det ene end med det andet fortegn, svarende til, at kvart/kvint 12'tonaliteten enten indeholder bA (-6) og derfor ikke ♯G (+6) eller omvendt. Sålænge der kun er tale om det tonale talsystems 1'ere (stamtonerne) differerer de numerisk største positive og negative tal kun med 1. Men udbygget med flerciffrede tal bliver differencen successivt større, som det fremgår af følgende oversigt over

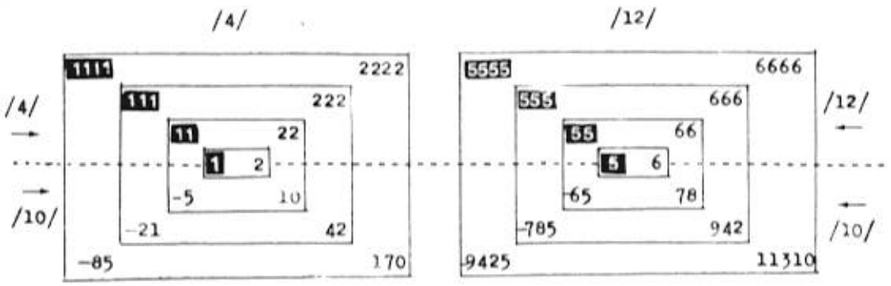
disse numerisk største tal fra 1'ciffrede til 4'ciffrede i det normale, men til tonalt system omdannede /10/talsystem, idet den numerisk største af disse 1'ere er sat som positivt tal 5, hvorfor negative 1'ere kun går til **4** (det omvendte kunne lige så godt gennemføres):

ex. /10/talsystem:



Heraf ses, at når det numerisk største negative tal er **4**, så kan ingen negativ talværdi noteres med numerisk større talsymboler end 4'taller, f.ex. **4444** = minus firetusinde(4000)firehundrede(400)fireti(40)fire(4), medens alle positioners største positive tal er en følge af 5'taller, f.ex. 5555 = femtusinde(5000)femhundrede(500)femti(50)fem(5). Differencen mellem disse yderste n'ciffrede tal er imidlertid overalt lig med 10^n-1, eller p^n-1, som det ses af nedenstående oversigter over disse indtil 4'ciffrede ydertal i hhv /4/' og /12/talsystemer, hvis mere detaljerede analyser fremgår af ex. II/36:

ex:



Dette indebærer, at en del numerisk identiske men fortegnsomvendte tal ikke noteres med samme talsymboler. I det tonale /10/talsystem f.ex. må en fortegnsomvending af +553, et 3'ciffret positivt tal, noteres negativt 4'ciffret, således: 1459 = minus ettusind(1000) plusfirehundrede(+400)plusfemti(50)minustre(3) = -553.

Denne uregelmæssighed i <u>lige</u> talsystemers notation kan, som det fremgår her, medføre betydelige divergenser mellem tonalt noterede positive og negative tal jo flere cifre (positioner) en tonal notation gør nødvendig. Den strengt logiske blanding af positive og negative talkvaliteter ved notation af én talstørrelse er - sprogligt udtrykt - næppe mere ejendommelig end dem, der kan forekomme i europæiske sprog, hvor f.ex. tallet 97 på dansk kommer af "syv-og-halv'fem-sinds-tyve" ($=7+\frac{1}{2}\cdot 5^{te}\cdot 20$) eller på fransk: quatreventdixsept (=4.20+10+7)etc.

Det afgørende ved tonale talsystemer er deres fundamentale integrering af heltallige positive og negative værdier, koncentrisk i forhold til 0, hvad exempler viser på de foregående sider. Denne integration af aritmetiske fortegn i én og samme helhed fuldbyrdes konsekvent, hvor den manifesterer sig dybt karakteristisk for tonaliteter med de tonale perioders 1'ere og deres blandede orden af +/-'kvaliteter i tabellariske forløb modulo p.

Det er bestikkende at adskille aritmetiske fortegn og talsymboler, sådan som det almindeligvis praktiseres med 10'talsystemet og det binære 2'talsystem. Men i relation til tonal talbehandling virker det, som om der hermed er tale om to talsystemer, adskilt fra hinanden af de særlige egenskaber, der er karakteriseret som hhv <u>positiv</u> og <u>negativ</u>. Imidlertid er disse "to" systemer fælles om ét: de skriftlige talsymboler, som i det sædvanlige 10'talsystem er de <u>ni</u> tegn (1,2,3,4,5,6,7,8,9), altså tallene n, der med ligningen -n+n frembringer det principielt fortegnsløse "nul": -n+n=0. Disse <u>selvfølgeligheder</u> understreges i denne sammenhæng, fordi det <u>tonalt selvfølgelige</u> talsystem i relation til ni positive samt deres fortegnsomvendte ni negative talsymboler foruden det neutrale 0 er et /19/talsystem (jfr. en /19/tonalitet bl.a. på ex. II/18,). Dette skal ses først i forbindelse med et egentligt tonalt 10'talsystem.

Af exemplet s. 132 fremgår, at det tonale /10/talsystem noteres med kun fem forskellige talsymboler foruden 0, når de aritmetiske fortegn + og - integreres. Det vil sige, at en tonal +1'tabel fra /10/perioden, navngivet også med stamtoner fra J til T ville have følgende tonaltabel og dertil svarende

stamtoner:	4	3	2	1	0	+1	+2	+3	+4	+5
	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T

eller som følge af den "skæve" symmetri i en <u>lige</u> tonalitet med valg af <u>fem</u> negative talsymboler:

tonal-tabel:	5	4	3	2	1	0	+1	+2	+3	+4
stamtoner:	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S

Samtlige det almindelige 10'talsystems talsymboler derimod giver følgende tonale +1'tabel og mulige stamnavne fra I til Ø i det tonale /19/talsystem:

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	Y	Z	Æ	Ø

Analogt oversigten i relation til det tonale /10/talsystem s. 132, gives nedenfor en oversigt over det tonale /19/talsystems numerisk største positive og negative værdier med indtil fire cifre, idet tallet 9 da er største numeriske enkeltværdi:

9999		← 4 cifre →				9999
	999	← 3 " →			999	
		99	← 2 " →	99		
			9 ← 1 ciffer →			
$-9\cdot19^3$	$-9\cdot19^2$	$-9\cdot19^1$	$-9\cdot19^0$ (difference) $9\cdot19^0$	$9\cdot19^1$	$9\cdot19^2$	$9\cdot19^3$
-61731	-3249	-171	-9	171	3249	61731
- 3249	- 171	- 9	$18=19^1-1$ 9	9	171	3249
- 171	- 9	-180	$360=19^2-1$	180	9	171
- 9	-3429		$6858=19^3-1$		3429	9
-65160			$130320=19^4-1$			65160

Hvor alle kendte ti talsymboler her er anvendt tonalt haves f.ex. nedenstående talangivelser:

talsystem:	/19/	/10/	/10/
o.position	1 =	19^0 =	1
1. "	10 =	19^1 =	19
2. "	100 =	19^2 =	361
3. "	1000 =	19^3 =	6859
etc.			

talsystem:	/10/	/10/	/19/	/10/
o.position	1 =	10^0 =	1	= 1
1. "	10 =	10^1	19	= 19-9
2. "	100 =	10^2	55	= $5\cdot19+5$
3. "	1000 =	10^3	347	= $3\cdot19^2-4\cdot19^1-7$
etc.				

De tonale talsystemer kan ses som rent teoretiske anliggender eller i relation til anvendelsesområder, der indtil videre må betragtes som hypotetiske. Men netop i talsystemernes tonale aspekt træder dét kvalitative træk karakteristisk frem, som adskiller dem fra kvantitative systemer: 1'ernes og dermed stamtonernes særstilling som kvaliteter, der dels indgår i forskellige tabellariske rækkefølger (i.e. tonaliteter) modulo p, dels kan forskubbes cromatisk, altså transponeres i ♯- eller ♭-retning med netop så mange tonale fortegn, som angives af systemets positionstal: "10'ere", "100'er" etc.. I forbindelse med det tonale /19/talsystem vil det sige, at positive cromatiseringer (♯-retning) af stamkvaliteten K f.ex. (K= 7 jfr. s. 141) begynder med 1.positions-tallene:

17 (19-7=12) ♯K 27 (2·19-7=31) ♯♯K 37 (3·19-7=50) etc. ♯♯♯K

I musikalsk praksis opereres der ikke med mere end højst to fortegn for én stamkvalitet, i et 7'talsystem f.ex. ♯♯F (31 =14-3) eller ♭♭B (23 = -14+3).

Det svarer i det adækvate talsystem (/7/) til anvendelse af højst 2'cifrede tal med 2 som største "10'er" multiplum. Det udelukker ikke, at der principielt kan disponeres med vilkårligt mange fortegn for en stamkvalitet, altså også med de tonale talsystemers 100'er, 1000'er etc. Men her vil den specifikt tonale betragtningsmåde nok ofte føre til, at der i stedet for operationer med mindre tonale talsystemers tal i større og større positioner vælges 1'ere respektive 10'ere i de større talsystemer, der svarer til en tonalitet længere fremme i den pågældende tonale suite. Altså i stedet for 3'cifrede tal og dertil svarende store antal fortegn i kvart/kvintsuitens /7/talsystem, kunne det tænkes at være enklere, mere overskueligt at arbejde med 1'ere, evt. højst 10'ere i dét /53/system og på basis af dén

tonale 12'tabel modulo /53/, der er adækvat for /53/tonaliteten i kvart/kvintsuiten (jfr. ex. II/5,6. Den enkelhed, der her er tale om, svarer til den, der illustreres med Bach--exemplet (ex. I/26). Det virker kompliceret, er tonalt misvisende, hvor det er noteret i et for lille pentatonalt (3'linjet) nodesystem (jfr. /5/talsystem), medens det er simpelt ukromatisk, altså klart diatonalt i det adækvate /7/tonale 5'linjesystem.

I tonale talsystemer (tonaliteter) er det relevant at anvende de (flercifrede) tal, der er større end systemets 1'ere (stamtal, resp. stamtoner) dels i forbindelse med såkaldte divisor-tonaliteter (jfr. s. 176,184), dels hvor der er tale om at beskrive tonale transpositioner. Det emne er berørt bl.a. s. 116ff, og det bliver der redegjort nærmere for i det følgende også i relation til tonale talsystemer.

TRANSPOSITION

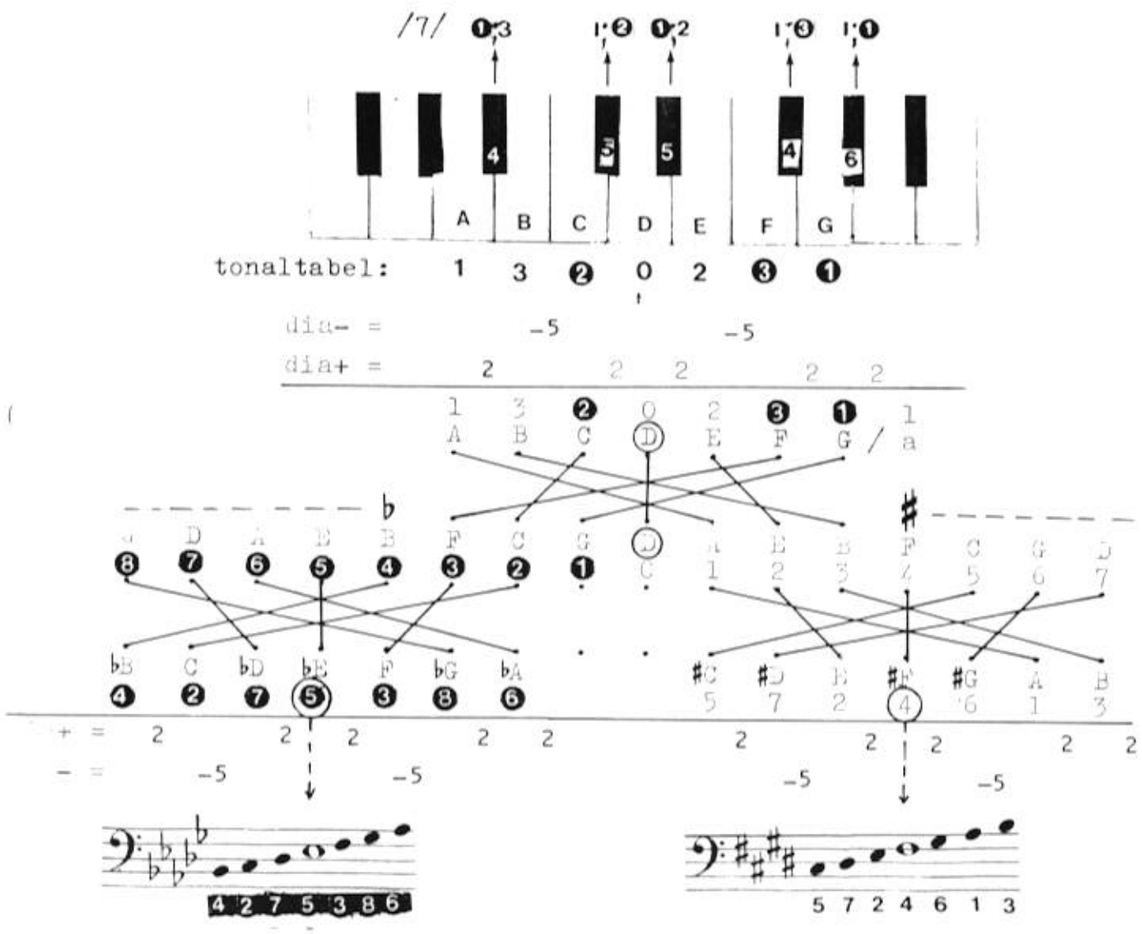
Hvor de tonale fortegn (♯ og ♭) ikke blot er af momentan kromatisk virkning som ornamental, modal (f.ex. kirketonal) eller modulatorisk effekt (løse fortegn),men anføres fast som en større eller mindre fortegnsbuket (jfr. tonearter), er der tale om transposition af den givne tonalitet. Selve transpositionsprincippet, vist s. 125 med en primær generatorintervalrække som basis, gælder enhver periodes tonaliteter. De generatorintervalenheder, hvormed stamrækken forskydes, betegner transpositioner hhv i ♯- og ♭-retning. Derfor vil transposition af en tonalitets stamtonerække, altså tonaltabellen modulo p, f.ex. i ♯-retning til 4 faste ♯'er medføre, at tonalitetscentret, oprindelig kvalitet 0 (nul) forskydes til kvalitet +4. Dermed fremkommer en transponeret tonaltabel, altså en anden tonart, f.ex. i kvart/kvint-heptatonaliteten E-dur/♯C-mol:

stamtoner:	A	B	C	D	E	F	G	/	a.....
stamtal= tonaltabel:	1	3	❷	0	2	❸	❶	/	1.....
transposition =+forskydning:	4	4	4	4	4	4	4	/	4....
talkvalitet	Z=5	7	2	4	6	1	3	/	5....
talsystem /7/:	1;❷ ♯C	1;0 ♯D	2 E	1;❸ ♯F	1;❶ ♯G	1 A	3 B	/	....

Den rækkefølge,i hvilken de musikalske fortegn (7'erne) meddeles i fortegnsbuketten, bestemmes af rækkefølgen af 1'ere fra de mindste til de større, og det svarer netop til rækkefølgen af generatorintervaller: 1;❸ ♯F 1;❷ ♯C 1;❶ ♯G 1;0 ♯D (jfr. s. 124).

I følgende exempel vises to transpositioner, hhv. til 4 faste ♯'er og 5 faste ♭'er (♭D-dur/♭B-mol) i relation til en stamkvintrække, en stamtonalitet og det omgrupperingsmønster,

der er karakteristisk for kvart/kvint heptatonaliteten:

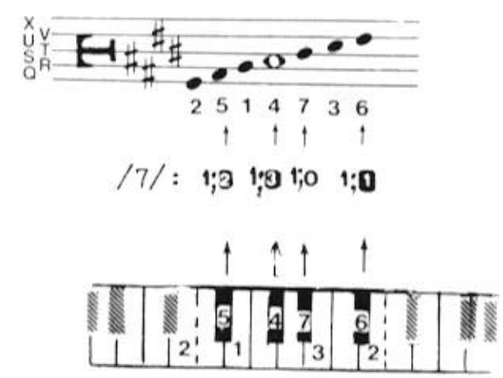


Af klaviaturernes 5 overtangenter fremgår, at der er 5 mulige transpositioner på netop dette af 7-periodens klaviaturer. Hvis de dertil knyttede fortegnstoner udgøres af 3 ♯-toner {♯F (4, 1;❸) ♯C (5, 1;❷) ♯G (6, 1;❶) og 2 ♭'toner: {♭B (4, ❶;3) ♭E (5, ❶;2) så vil trans-

positioner til og med A-dur/♯F-mol kunne gennemføres ad ♯-vejen, men ad ♭-vejen kan kun ♭B-dur/G-mol nås. Transposition til ♭D-dur/♭B-mol kan kun gennemføres, ifald alle overtangentkvaliteter udgøres af ♭'toner, hvorved ingen ♯'transposition kan gennemføres. Det gælder klaviaturer for alle tonaliteter, hvis adækvate klaviaturer kun gør så mange transpositioner mulige, som de rummer antal af overtangenter. Dette antal kan igen direkte aflæses af differencen for tonaltabellens dia- interval (jfr. s. 146. ex. I/48 Således kan klaviaturet for 7-periodens tonalitet med tabel +3 og dia- difference 4 realisere 4 transpositioner i ♯'retning (ved ♯'stemning af overtangenter), og med 4 faste ♯'er giver det følgende positive forskydning (♯' transposition) af tonaltabellen:

stamtoner:	Q	R	S	T	U	V	X	/ q....
stamtal = tonaltabel:	❷	1	❸	0	3	❶	2	/ -2....
transposition	+	+	+	+	+	+	+	
= +forskydn.:	4	4	4	4	4	4	4	/ 4....
talkvalitet Z:	2	5	1	4	7	3	6	
talsystem: /7/	2	1;❷	1	1;❸	1;0	3	1;❶	/ 2.....
	X	♯ Q	R	♯ S	♯ T	U	♯ V	

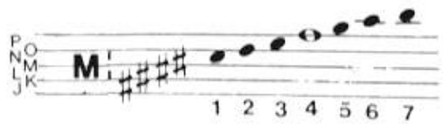
Noteret i heptatonalitetens 5'linjesystem i T'nøgle (T=den centrale stamtone, 0'tonen), ser denne tonalitet sådan ud: og på dens tilsvarende ♯'stemte klaviatur vil alle 4 overtangenter være taget ibrug:



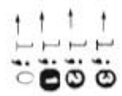
Tilsvarende 4♯ 'transpositioner kan gennemføres f.ex. i heptatonaliteten med tonaltabel 1;(ex. s.148)

stamtoner	J	K	L	M	N	O	P	/	j.....
stamtal = tonaltabel:	-3	-2	-1	0	1	2	3	/	-3.....
transposition: = +forskydning:	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	/	+ 4 ....
talkvalitet Z:	1	2	3	4	5	6	7	/	1.....
talsystem /7/:	1	2	3	1;0	1;0	1;0	1;0	/	1 ....
transponeret stamrække:	N	O	P	#J	#K	#L	#M	/	n...

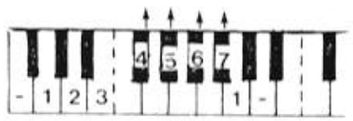
I heptatonalitetens 5'linje-nodesystem giver det følgende nodebillede i M-nøgle:



/7/:



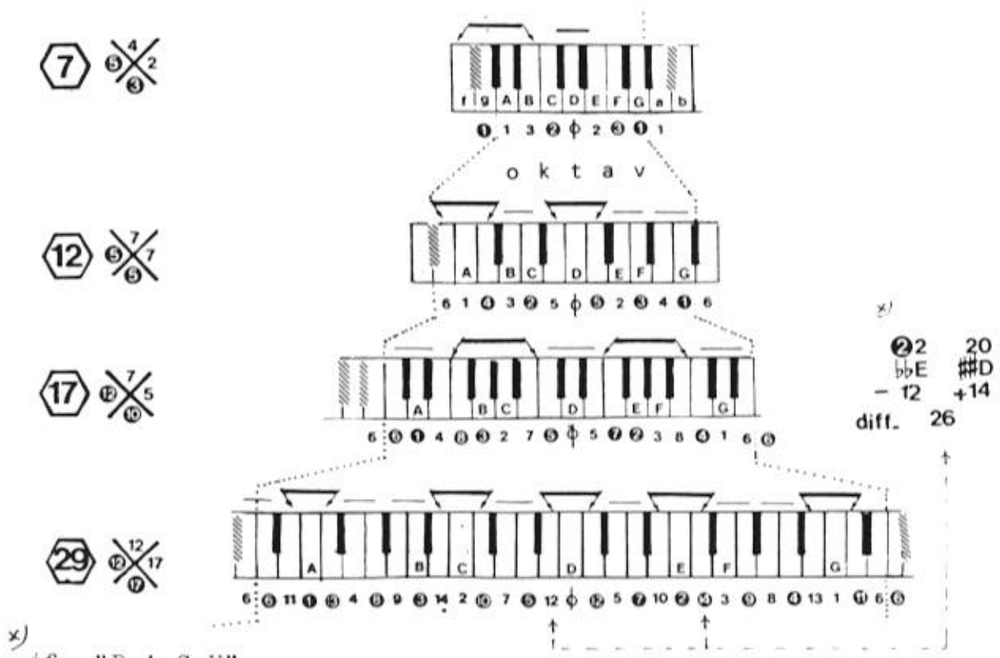
På tonalitetens dertil svarende #'stemte klaviatur skal 4 af de 6 overtangenter anvendes:



Den vesentligste konstatering her er, at en given periodes tonale klaviaturer ikke rummer flere transpositions-muligheder end der er antal af overtangenter (jfr. komplementær-tonalitet s.19) . Det er underordnet, om der i konkrete tilfælde ville blive valgt klaviaturstemning udelukkende for #-transpositioner, resp. b-transpositioner, eller om der vælges den i tonalteori almindeligvis underforståede ligevægt mellem kvaliteter fra #-side og b'side. Principielt må det imidlertid være muligt at operere med et vilkårligt antal transpositioner (resp. modulationer) i #- eller b-retning (jfr. Bach-exemplet i afsnittet Enharmonik, hvor kadencering finder sted i #A-dur med 10 #'er! . Netop fordi der i musikalsk praksis (muliggjort af det 12-tempererede klaviaturinstrument) arbejdes med så vidtgående transpositioner, at de ikke kan gennemføres på kvart/kvint tonaliteternes tonalt reelle 12toneklaviatur, er det nødvendigt at betragte fænomenet i et større perspektiv, sådan som det er gjort overalt her i andre sammenhænge. I denne forbindelse vil det tonalgeometriske analyseprincip umiddelbart illustrere transpositioner som bevægelser i et tonalt plan,

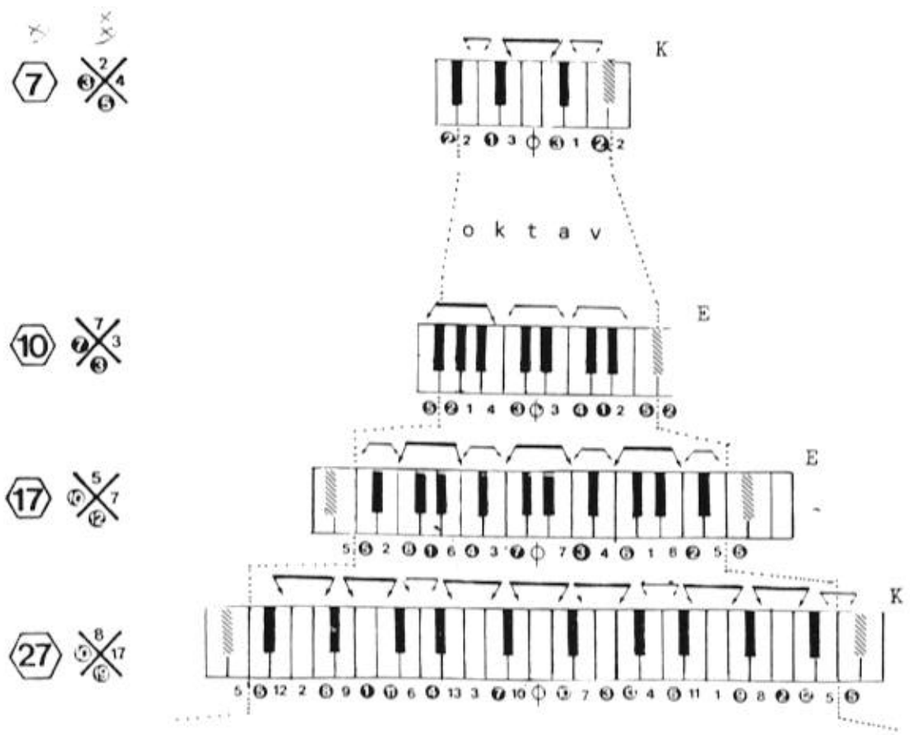
DET TONALE PLAN - et koordinatsystem

Modulatoriske fænomener er bevægelser ud i et større tonalitets-k a r. Dette kar er de større og større tonaliteter i den tonalsuite, som den givne tonalitet er et led af. I forbindels med Bachs "Wohltemperiertes" anføres der, se "Enharmonik" at transpositionerne heri fører til så yderliggående **kvaliteter som +14 = /7/2;0 (##D) i #G-mol fugaen (bd.I) og -12=/7/-2;2 (bbE) i bA-dur præludiet bd. II.** x) Denne **difference 26 mellem de to kvaliteter** x) betegner en spændvidde af 26 generatorintervaller (kvinter) mellem de fjerneste toner i hhv #- og b-retning. Konklusionen heraf er, at Bach-transpositionerne af kvart/kvint heptatonaliteten bevæger sig i det k a r af kvaliteter, som indenfor tonalsuiten først dannes af 29-tonaliteten. Dens startoneklaviatur forekommer som det fjerde efter suitens i praksis velkendte 7-tonale 12'toneklaviatur(se også ex.II/6):



x) jfr."B.A.C.H"

De tonale suiter udfolder sig som et "kinesisk-æske-system", hvilket indebærer, at alle mindre tonaliteter i én suite indeholdes i de større, derfor det billede, der er anvendt om transponerede heptatonaliteter: at de bevæger sig i et større tonalitets-k a r. For "Wohltemperiertes" er som vist 29-tonalitetens kar nødvendigt, og for transpositioner, der måtte være lige så vidt gående for de andre heptatonaliteter, kan dette tonale "kinesisk-æske-system" for f.ex. -3 tonaltabellen på tilsvarende måde give den en 27-tonalitets stamtonale område som kar for transpositioner, jfr. denne tonalsuites klaviaturer (se også ex.II/1c):



K = Tonalitet med kontraktible celler
E = do " expansible do

*) tal i 6'kant angir tonalitetens størrelse, og dermed størrelsen af den periode, tonaliteten tilhører, idet.....

**) Tonal-koden (s.159) angiver hvilken tonalitet indenfor perioden, der er tale om.

klaviaturstrukturerne, der i det væsentlige er at betragte som analysemiddel, giver på denne måde indtryk af det musikalsk-instrumentale praktiske redskab, der måtte kunne realisere vilkårlige (fortrinsvis mindre) tonaliteters transpositioner (jfr, fodnote s. 22,24). Som exempler (II/1-16) vises de 6 tonale suiter, der er forbundne i og her udgår fra 7-perioden - dels som klaviaturstrukturer (sider med lige tal), dels som langt videre gående oversigter over de konkrete svingningstal (sider med ulige tal), generatorintervaller og dia'-intervaller samt de kombinationer og successioner af de tonale hele tal, som er de essentielle, hvormed suiternes forskellige tonaliteter præciseres. (Redegørelse for tonale suiters princip, giver exempelforklaringen en detaljeret udlægning af de regler, hvorefter tonale suiter dannes på baggrund af generatorintervaller af en-hver størrelse).

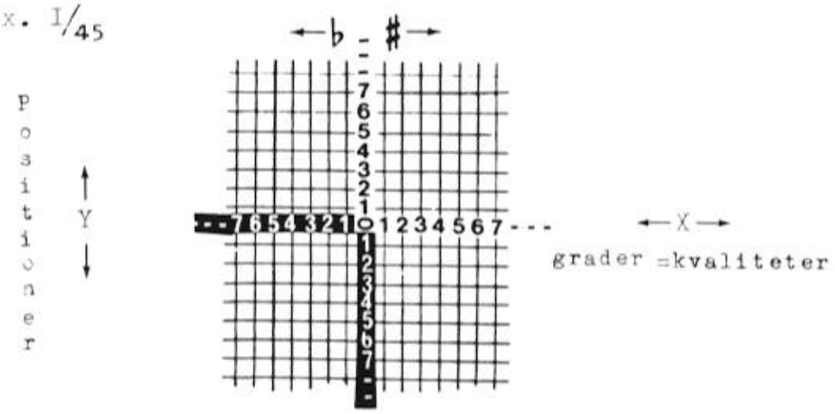
På baggrund af musikalsk motiverede transpositioner (modulationer) turde det være klart, at transpositions-fænomenet er et tonalt universelt princip. Det vil sige, at hvadenten tonaliteter kan tænkes musikalsk relevante, eller de er så omfattende og deler oktaven så fint, at enhver musikalsk relation synes at ophøre, da gælder for alle mulige tonalitets-størrelser:

- at de er led af en tonal suite, der udspringer af de for tonaliteten gældende generatorintervaller...
- at de musikalske fortegns princip (♯/♭) har gyldighed for alle tonaliteter som transpositionsmiddel...
- at marginen for antallet af en tonalitets umiddelbare transpositioner er givet med det tal, der står for den givne tonalitets dia-'interval (altså lig med antallet af klaviaturstrukturens overtangenter). jfr. side 94.

Med bl.a. klaviaturstrukturer og nodesystemer er det vist, hvordan tonale principper kan udtrykkes i et praktisk brugeligt sprog for fortrinsvis små, principielt musikalsk relevante tonaliteter. Men det universelle i det tonale strukturkomplex behøver også et mere universelt præget sprog -foruden de tonale talsystemers aritmetiske talsprog- hvormed strukturhelheder og detaljer kan meddeles, bl.a. så det bliver muligt direkte at anskue de tonale bevægelser, som transpositioner i hhv ♯- og ♭-retning er udtryk for.

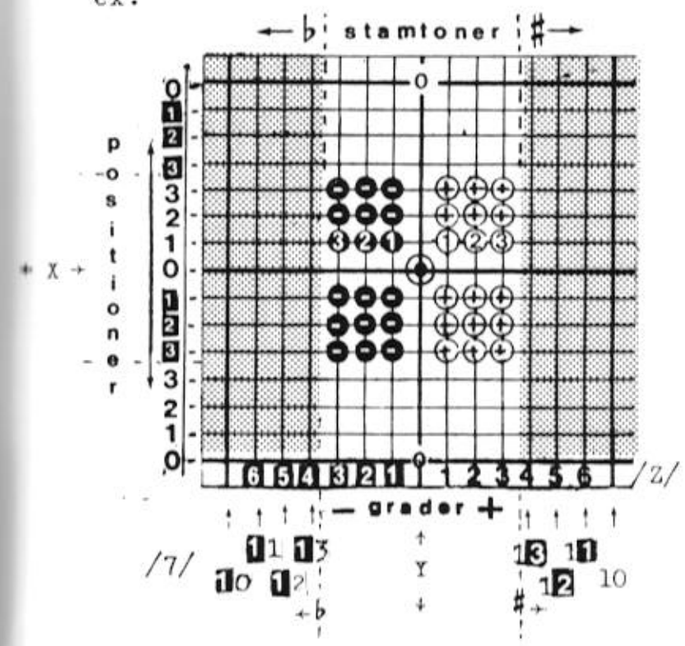
Det er nærliggende, at et grafisk sprog for bevægelsesmulighederne må kunne betjene sig af og vises i et plan, hvis punkter ifølge nærmere kriterier repræsenterer tonalitetens (tonaliteternes) exakte toner (kvaliteter) i meningsfulde relationer. En sådan plan, som kan danne basis for en art tonal geometri kan opbygges principielt for enhver periodestørrelses tonaliteter. Baggrunden herfor er den samme, som gøres gældende for tonalperiodens fletning (jfr. s.111), nemlig de intervalstørrelser, som indenfor en given periode er fælles for alle periodens tonaliteter: de tonale grader samt de oktav-inddelende neutralintervaller, som graderne refererer til henholdsvis positivt og negativt.

En sådan tonalgeometrisk plan, der har karakter af et tonalt koordinatsystem, og hvis tonepunkter repræsenteres af skæringspunkterne i en kvadreret flade kan tage sig sådan ud (ex. I/45



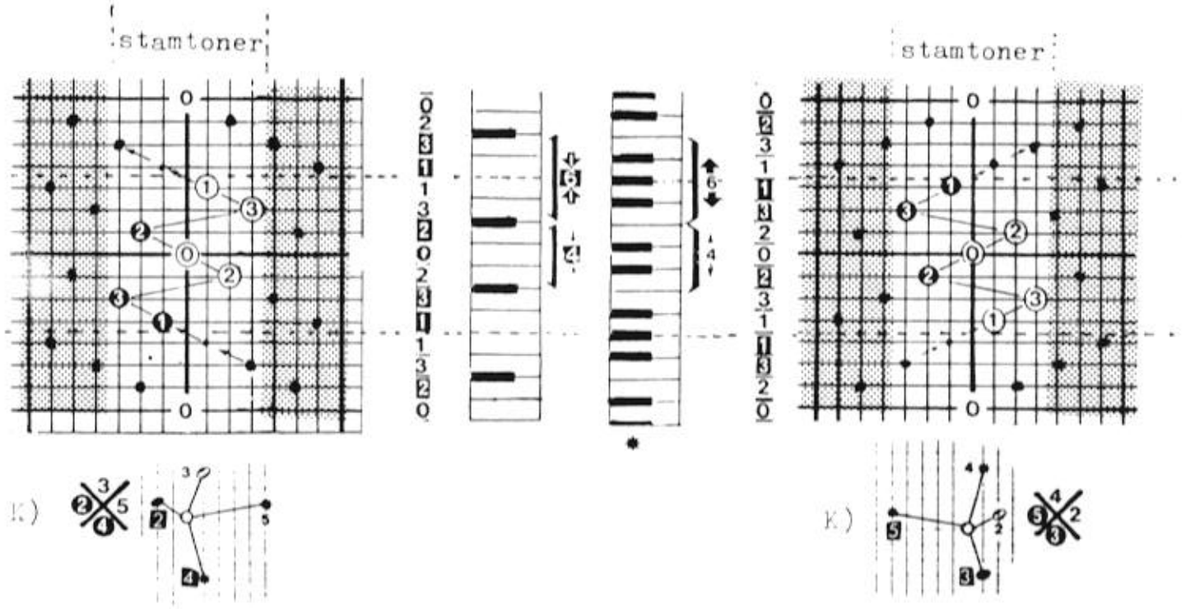
Den vandrette -/+tallinje (X-linjen) angiver negative og positive t o n a l e g r a d e r (jfr. s.88,ff), den lodrette (Y-linjen) markerer n e u t r a l-intervaller (jfr. s.75,ff), hvilke falder sammen med positionerne, som er den fortløbende evt. modulo p nummerering af en given tonalitets skalarækkefølge af kvaliteter. Positive grad-afvigelser fra de neutrale punkter betegner ♯-retning (vandret til højre), negative grad-afvigelser angiver ♭-retning (vandret til venstre for Y-linjen). jfr. også ex.I/41 Idet en periodes tonaliteter har størrelsen p, betyder det, at hver p'ende lodrette tal (Y-linjen), altså hver p'ende neutralkvalitet er lig med oktaver til en given udgangsposition for 0-kvaliteten. Som Y-linjen antyder (s.152) er det nærliggende at anvende en principielt uendelig talrække for positionerne, når det drejer sig om at registrere, hvor mange positioner - f.ex. henover flere oktaver - en vis (generator)intervalmængde spænder over. En endelig talrække modulo p er derimod fordelagtig til angivelse af kvaliteters positioner indenfor oktaven (dvs indenfor tonatabellen),som nedenstående exempel viser: med en tonalgeometrisk plan for en 7-periodes tonaliteter:

ex:



Her antyder ♯/♭-retningens vandretstående gradtal (X-linjen), at tallene efter behov kan noteres i en almindelig heltalrække /Z/ og i et tonalt /p/talsystem, her /7/, idet p'ere indtræder, hvor fortegnene ♯/♭ viser det.

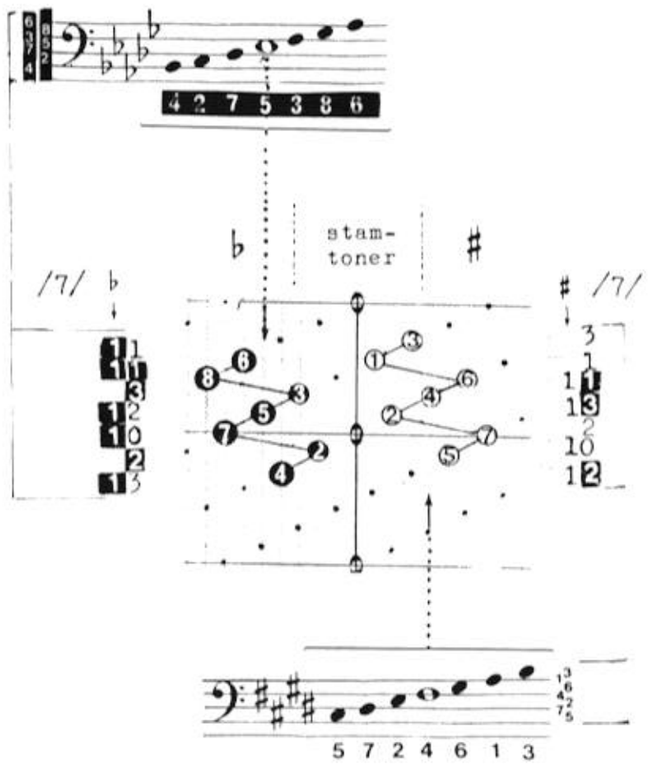
Her er kvart7. neutrale punkt på Y-linjen lig med oktavpunkter til udgangspositionen (kvalitet 0). Omkring centrum (origo) er markeret alle tonaliteters stamtonale punkter, gående indtil 3 grader i hhv negativ (♭) og positiv (♯) retning. Ifølge dette princip kan enhver tonalitet i relation til sin tonal-tabel IV **få sine kvaliteter** placeret i planet, hvilket danner en tonalgeometrisk struktur, **altså et fordelings-"mønster"** der er karakteristisk for netop den givne tonalitet. Dens kvaliteter, som samtidig angiver gradafvigelserne fra den lodrette gennem origå gående neutral- eller 0-tabel, placeres på de adækvate punkter i planet. Det giver følgende strukturer for kvart/kvint heptatonalitetens 2'tabel og dens kongruente -2'tabel:



NB: De skrå linjer, der forbinder tabelkvaliteterne, tjener kun til at tydeliggøre strukturen, idet skrå linjerne følger tonernes diatoniske, altså skalamæssige rækkefølge. De to strukturer K) er tonaliteternes koder og kode-analyser, jfr. side 159.

Det tonalgeometriske plan kan efter behov gøres højere og/eller bredere. Bevæges den tonale struktur lodret i planet fra den ene 0-kvalitet til den anden, er der tale om oktavforlægninger. Bevægelse strukturens centrum til et af de andre

punkter, der i forvejen er okkuperet af stam-strukturens **kvaliteter**, er der foregået en transposition, som det fremgår af nedenstående to transpositioner af kvart/kvint-heptatonaliteten til hhv bD-dur (5 b'er) og E-dur (4 ♯'er), jfr. også eksemplet side 146:

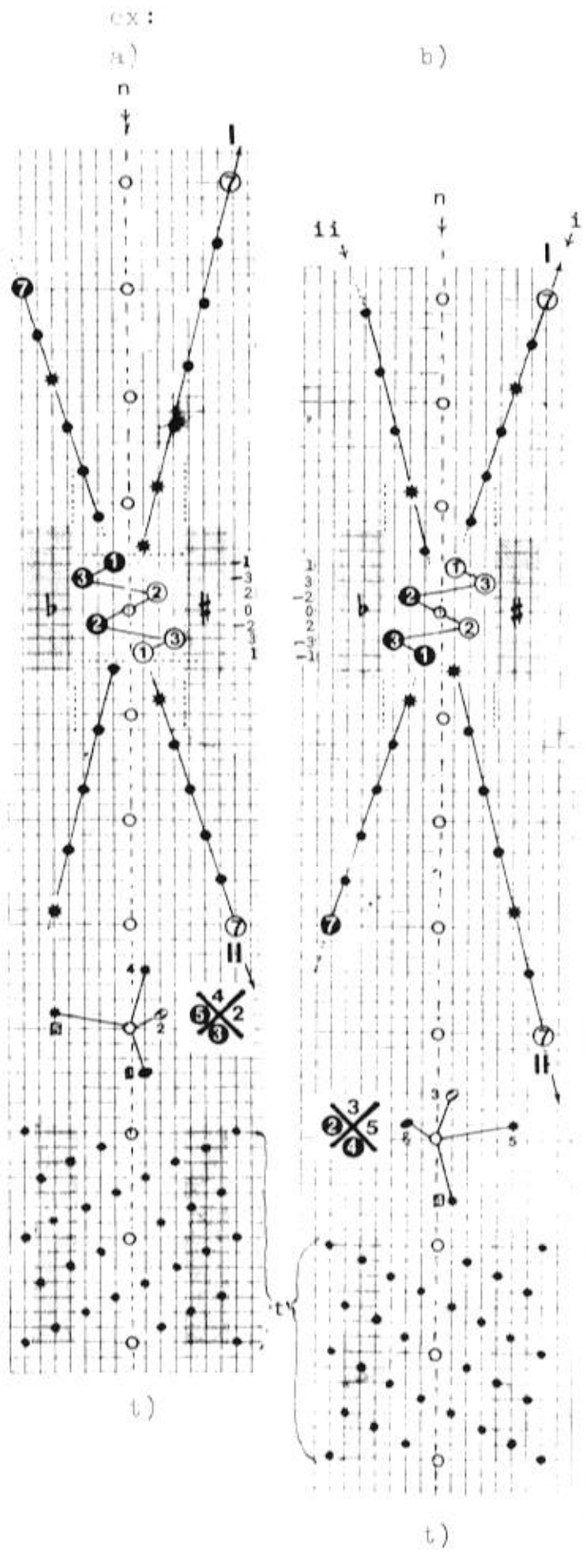


Således kan bl.a. enkelte intervallers linjestykker transponeres, f.ex. bringes i forlængelse af hinanden i enhver retning. Af sådanne intervallinjer er generatorintervallernes de eneste, der - ifølge sagens natur - gens løber alle tonaliteters stamtonale navelrum transponerede **kvaliteter** i planet. Det skal i det følgende:

Exempel a) viser kvart/kvint heptatonalitetens linjer af generatorintervaller, skærende hinanden i centrum. Den stigende kvintlinje, mærket I, går i ♯-retning og er derfor den primære, successivt stigende i graderne. Den stigende kvart-linje derimod går i ♭-retning, er derfor den sekundære, altså faldende i graderne i relation til de respektive positioners neutralpunkter, ex. n):

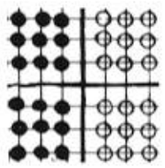
ex.b Dersom de komplementære generatorinterval-linjer bytter fortegns-retning, dannes punkterne i et tonalgeometrisk plan for den kongruente tonalitet med "negativ kvint" (stigende i ♭-retning mrk.ii) og "positiv kvart" (stigende i ♯-retning mrk.i), svarende til den fortegnsomvendte, tonale -2'tabel.

I ex. I/62-63 vises tilsvarende illustrationer af generatorintervallinjer også for de fire andre heptatonaliteters planer. Den stamtonale struktur der i disse exempler vises dannet omkring skæringspunktet for generatorintervallinjerne kan derfor opfattes som et strukturelt produkt af i virkeligheden blot ét intervals linjer, gående ud fra alle i-linjens 0-punkter, altså oktaverne. Konsekvensen heraf er at samtlige tonaliteters punkter i planet ligger på generatorintervallinjer.



I exemplerne t) - side 156- ses de respektive tonaliteters samlede punktstruktur inden for 2 oktaver, rækkende i ♯- og ♭-retning udover stamtonefeltet i midten fra -3 til +3 og videre til +7 og -7. I relation til 0-kvaliteten danner kvaliteterne hhv +7 og -7 på samme vandrette linje det croma-interval, der her udgøres af 7 grader (jfr. s. 77ff).

At transponere en tonalitet er - som før nævnt - ensbetydende med at flytte den tonale strukturs centrum til et af de andre punkter i den givne tonalitets plan. Men dersom 7-periodens 6 tonale planer slås sammen i ét, dækker de samtlige skæringspunkter indenfor 0-kvaliteternes vandrette gradlinjer, resp. lodrette neutralintervallinjer. Dette forhold gælder kun tonalgeometriske planer indenfor perioder af primtalsstørrelse; jfr. exempel:



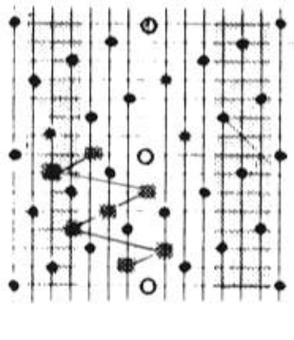
I planer for perioder af sammensatte størrelser (f.ex. $12=3\cdot2^2$, $15=3\cdot5$, etc.) vil sammenlægning af de regulære tonaliteters* planer dels ikke dække samtlige punkter, dels have andre punkter, som er fælles for visse tonaliteters vedkommende. Det fremgår bl.a. af 12-periodens heltonelinje-analyse side 118 og ex. I/64, hvori en "heltonelinje" er fælles for to tonaliteter, +1 og -5'tabellens.

Væsentlig i denne forbindelse er, at tonaliteterne i perioder af primtalsstørrelse kunne tænkes transponeret

*) jfr. II/5o ff. Divisor-tonaliteter.

til andre punkter i planet end dem, der i relation til origo er tonalstrukturens oprindelige punkter, dvs transpositioner i hhv grader (vandret) og neutralintervaller (lodret). I så fald vil en given tonal-struktur dels ramme ét punkt i hver af de andre (her 5) tonaliteter, dels tangere en G- eller p-grad på de lodrette neutrallinjer, dels et gradpunkt på G-kvalitetens vandrette linje, medens den naturligvis ikke tangerer en eneste af sit eget plans kvaliteter; sådanne transpositioner er inter-tonale:

inter-tonal
transposition:



Disse inter-tonale transpositioner er netop betinget af, at crom og dermed de enkelte grader er fælles for alle periodens tonaliteter, som på denne måde er vinkelret forbundne med hinanden. Dette giver en forestilling om, hvordan der kan opereres med tonaliteter og deres sammenhænge i det tonalgeometriske plan.

TONAL-KODEN
==========

jfr."Fysikens Tao",note og text s.277-78 etc.

For alt tonaltarbejde er det væsentligt at kunne referere præcist og kort til en hvilken som helst tonalitet og periode. Det kan gøres med t o n a l-k o d e n, en kombination af fire for en given tonalitet særligt frentrædende tal, angivet på de fire pladser, som dannes af to krydsende diagonale linjer. Det ene tal-par giver oplysning om de komplementære generatorintervallers indbyrdes størrelsesforhold, det vil sige deres positioner positivt (det primære) og negativt (det sekundære) i forhold til tonalitetens centrale kvalitet G. Disse tal angives i krydsets lodrette felter:

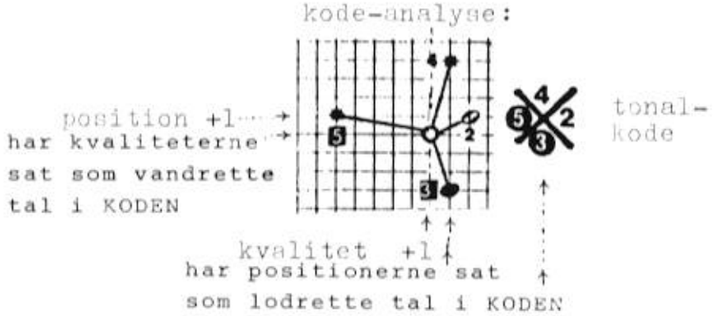
Det andet tal-par er tonalitetens differencer for dia'intervallerne, hvoraf det numerisk mindste er lig med tonaltabellens (+/-) tal, og disse sættes i kode-krydsets vandrette felter:

Tonalitets- og dermed periode-størrelsen p er lig med differencen mellem tal der står enten vandret eller lodret for hinanden. Produktet af tal, der står diagonalt for hinanden er lig med +1 modulo p ! Dette +1 refererer til, at vandrette tal (dia-differencerne) har relation til position +1, medens de lodrette positionstal har relation til kvalitet +1. Det er samme fænomen, der bl.a. side 62ff er defineret som tonalt reciproke tal.

Som tallene står i koden har de direkte relation til de adækvate kvaliteters placering i det tonalgeometriske plan. Det er i de derunder hørende analyser og exempler

vist med kode-analysen, der f.ex. kan være følgende for kvart/kvint-heptatonaliteten:

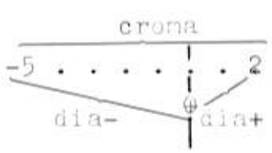
kode-analyse:



De for hinanden lodretstående punkter er begge kvalitet +1, altså generatorintervallerne, stående hhv på position +4, som i forhold til kvalitet/position 0 udgør den positive kvint, og position -3, der i forhold til samme er den (oktav)komplementære (negative) kvart. Det er i tonalkoden anført med de lodretstående positionstal

Tilsvarende gælder de vandret for hinanden stående kvaliteter på position +1, altså dia-intervallernes gradafvigelser fra det neutrale punkt på position 1. I relation til tonal-centret, kvalitet/position 0 betegner det dia-intervallerne: dia+ og dia-

En direkte (vandrette) afstand mellem disse diakvaliteter er lig med et croma:



Betegnelsen komplementære intervaller, som gælder alle intervaller, der sammenlagt (lodret) danner en oktav, kan præciseres yderligere med betegnelsen oktav-komplementære intervaller, idet differencen mellem deres positionstal er lig med periodens tal p (her =7) og p positioner er netop lig med en oktav. Analogt hertil kan vandret for hinanden

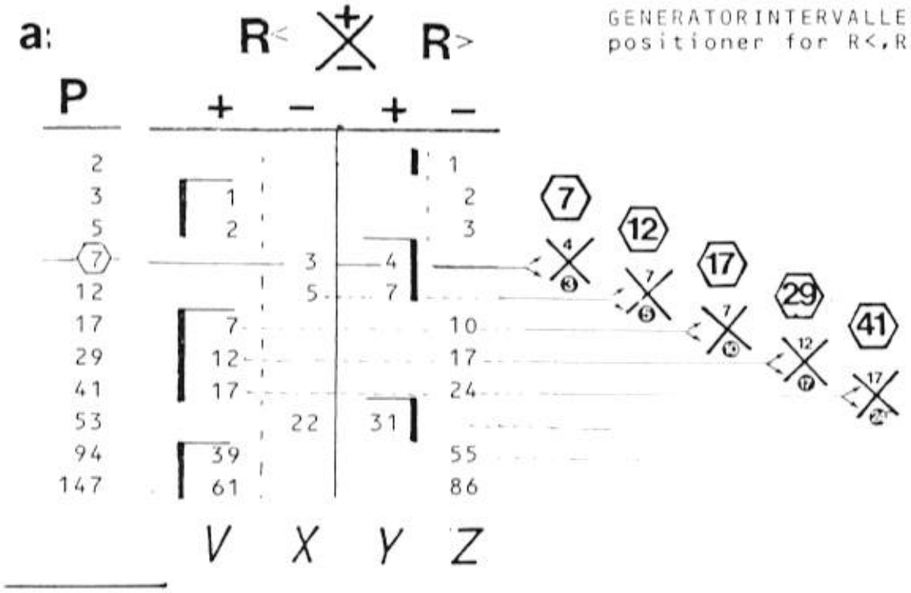
stående kvaliteter, hvis gradafvigelser fra den neutrale position tilsammen udgør et c r o m a, kaldes c r o m a-k o m p l e m e n t æ r e intervaller, idet p grader er lig med et croma (jfr. ex.side 141). Således kan der fra tonalkoden direkte sluttes til den tonalgeometriske plans grundlæggende strukturer, idet et hvilket som helst af de fire forskellige intervaller, der forekommer i relation til 0-kvaliteten kan aftegnes tilsvarende fra et hvilket som helst af kode-analysens fire punkter (jfr. exemplet side 156 og transpositionerne ex.s.155).

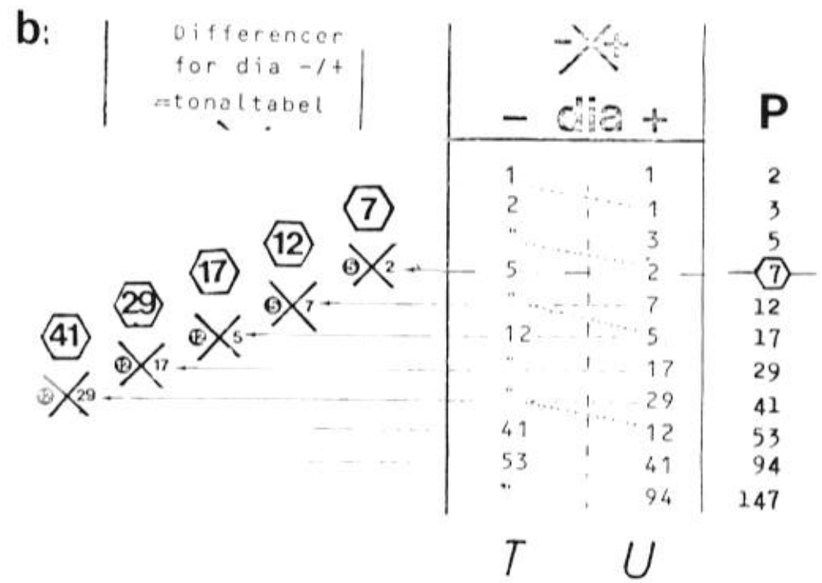
På denne baggrund kan - fra kolonnerne i oversigterne Ex.II/1,3,....15 (ulige sider ???)- diverse tonale tal direkte placeres i tonalkoder, hvorfra der igen kan sluttes til de respektive planers grundlæggende punkt-strukturer. Lad her som exempel være valgt et udsnit af oversigten over kvart/kvint-suitens forløb, som fra /7/' til /53/'tonaliteterne har disse koder:

-ne s.162,b, eller ex.II/47.

I nedenstående exempler viser a) kodens (lodrette) tal for generator- intervallernes positioner og b) dia'intervallernes (vandrette) kodetal, med det numerisk mindste som tonaltabellens tal. Kolonnerne T og U refererer til hhv dia- og dia+; kolonnerne V og X refererer til kvartens, det mindre generatorintervals, hhv positive (V) og negative (X) positioner, medens Y og Z tilsvarende fortæller om kvintens, det større generatorintervals positive (Y) og negative (Z) positioner:

GENERATORINTERVALLER - R
positioner for R<,R>



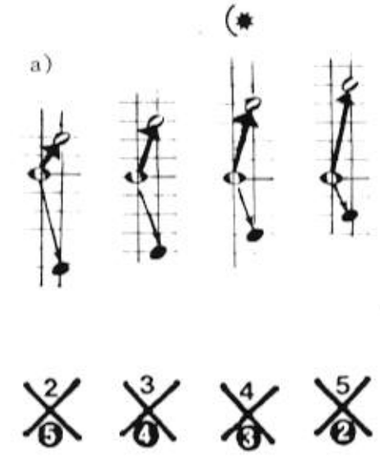


ad. a): R< er betegnelsen for det mindre R> for det større af de generatorintervaller (her hhv kvart, 4:3 og kvint, 3:2) der danner tonalsuiten. Ved udfletningen af positionstallene for de to R i kolonnerne V,X og Y,Z og ved den kraftige markering af de R,som er positive og dermed karakteriseres som de primære R, kan det lettere lade sig gøre at følge den lovmæssighed, hvormed tonalsuiterne udfolder sig i relation til de til enhver tid forekommende intervalliske relationer mellem dia'intervallernes "exakte" svingningstal.

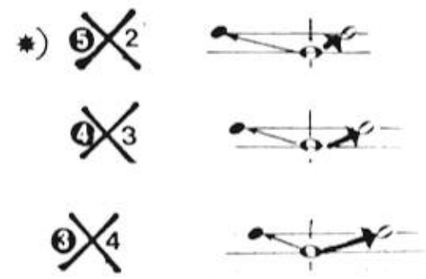
ad. b): punkterede linjer mellem tal i kolonnerne T (dia-) og U (dia+) markerer (det lille) dia-'intervals overgang til stort dia+ i ny tonalitet, hvorved der samtidig sker fortegns-ombytning for generatorintervallerne R< og R> . Jfr. analyserne: TONALE SUITER.

TONAL-PERIODENS FUNKTIONER

Af /7/periodens tonaliteter viser hosstående exempel - a)2,3,4,5 - fire af de ialt seks par komplementære generatorintervallers placering lodret for hinanden i planen. Primære intervaller står på positive positioner, hhv. 2.,3., 4. og 5., markeret med fed, opadpegende pil. Negative generatorintervaller (sekundære) er fra 0'tonen markeret med tynd pil:



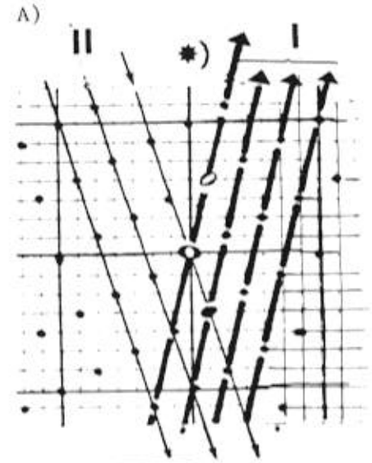
b)



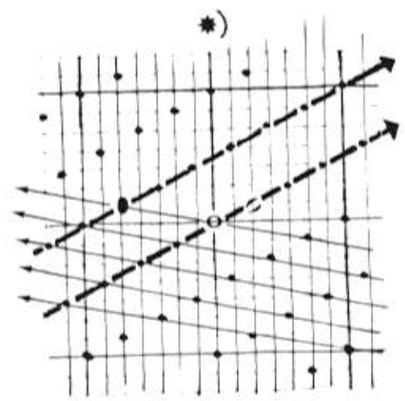
Tilsvarende viser ex. b)2,3,4,5 fire af /7/periodens seks mulige dia-interval-par, hvoraf dia+ er markeret med fed og dia- med tynd pil:
(NB.Fra 0'tonen er det dia- intervallernes retning, der er afgørende for interval-størrelsen, derimod ikke pilenes indbyrdes længde-forhold..Dia+ er under alle omstændigheder et croma-interval større end dia-)

De tal-par, der hører sammen er - som nævnt side 159 - dem, diagonalt for hinanden, hvis produkt er lig med +1 modulo /7/ (mod.p). I nedenstående exempel A) og B) er vist tal-parrene, der udgør kvart/kvint-tonalitetens kode og dertil hørende tonalgeometriske plan :

A)

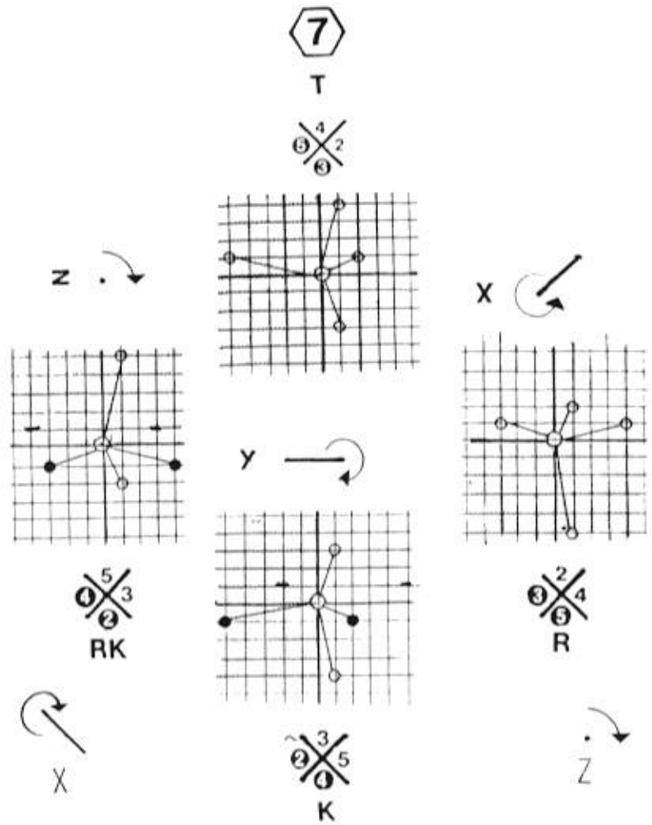


B)



jfr. også ex.II/38,t.

I exemplerne er de enkelte intervaller bragt i forlængelse af hinanden med stregoptrukne linjer, så disse tilsammen tangerer ethvert punkt i netop de kvadranter, hvor de hhv croma- og oktavkomplementære intervallinjer i k k e skærer hinanden (jfr.også ex.II/38). De 6 punkter i én kvadrant samt 0'tonen udgør tilsammen en (transponeret) tonalitet. Formålet hermed er at understrege strukturelle forhold i disse tonalgeometriske planer, som er direkte overensstemmende med koderne tal. I ex. A) - generatorintervallinjer - er de positive kvinter (primærintervallet I)) trukket op med fede streger, de negative kvarter (II)) med tynde linjer, som alle udgår fra 0'toner hhv en, to og tre oktaver dybere, og det er for respektive intervaller netop det antal linjer, som svarer til intervallets positionstal i koden; f i r e (fede) kvintlinjer, t r e (tynde) kvartlinjer:  Tilsvarende gælder dia'intervallinjerne i ex. B), hvor dia+ er optrukket med fede linjer, dia- med tynde. Her svarer antallet af linjer, der behøves for at gennemskære en fuld tonalitets (transponerede) punkter til de respektive dia'intervallers gradtal i koden; t o (fede) dia+'linjer, f e m (tynde) dia-'linjer:  .I exempel II/38 illustreres disse forhold for fire af /7/periodens seks tonaliteter, idet de to l'tabellariske tonaliteter, hvis generator- og dia'intervallinje er én og samme linje, ikke er medtaget. Planer, stående lodret for hinanden er identiske , idet exemplerne A) fremhæver generatorintervallinjerne, B) dia'intervallinjerne. Analysen viser, at en sådan tonalgeometrisk overensstemmelse mellem kodetal og antal intervallinje-muligheder medfører, at der må være strukturel overensstemmelse mellem planer, hvori de lodretstående kodetal (generatorintervallernes positioner) i den ene tonalkode er identiske med de vandretstående i den anden (dia'intervallernes grader). Tonaliteter med dette struktur-fællesskab er dem, der benævnes r e c i p r o k e (jfr. s.62). Hvad der ytrer sig som spejlvendte omgrupperingsmønstre mellem reciproke tonaltabeller (jfr. ex.I/37)) viser sig her som overensstemmelser mellem retsiden i det ene og vrangsiden i det andet tonalgeometriske plan, når sådanne reciproke planer vendes om d i a g o n a l e r n e. Ved vendinger omkring lodret eller vandret akse fremkommer den kongruente (tabellarisk fortegnsomvendte) tonalitets planstruktur. I disse tilfælde er der tale om strukturer, som dannes af selve punktplaceringerne omkring 0 i planen, idet der i denne forbindelse ses bort fra hvor det oprindelige tonalgeometriske plans #/♭ sider kommer til at stå efter sådanne funktioner (jfr. de prikkede dele, oprindelig b-siden) af planet i de følgende ex.s.165.Der kan nemlig foretages tre og højst tre forskellige funktioner med en given tonalplan, hvorved dens punktstruktur ændres og bliver identisk med tonale strukturer for tre andre af den pågældende periodes tonaliteter: ex. næste side:



Den ene funktion er som nævnt planens v e n d i n g omkring en af dens diagonaler, hvad exemplet ovenfor viser med v e n d i n g s-tegnet x. De to andre mulige funktioner er vendingen omkring planens vandrette eller lodrette a k s e, akse-v e n d i n g e n y, og endelig d r e j n i n g e n (ikke vendingen) 90^0 med 0'punktet som centrum, kaldet punkt-d r e j n i n g e n z. Af disse funktioner fører diagonalvendingen x til den givne tonalitets (T's) r e c i p r o k e tonalitet (R), aksevendingen y fører til den fortegnsomvendte kongruente tonalitet (K), og punktdrejningen z giver den reciproke tonalitets kongruente tonalitet (RK).

Dette kan opstilles i følgende oversigt:

T O N A L I T E T E R:

T: den givne tonalitet
R: T's r e c e p r o k e tonalitet
K: T's k o n g r u e n t e (fortegnsomvendte) tonalitet
RK: R's " " "

F U N K T I O N E R:

x: diagonal-v e n d i n g
y: akse-v e n d i n g
z: punkt-d r e j n i n g (90°)

At foretage en funktion vil blive kaldt at "stjerne" og tegnet derfor er *
f.ex. T * x = R (T stjerne x er lig med R), og foretages flere funktioner efter hinanden, noteres funktionstegnene side om side, f.ex. T * xz = K etc. Funktionerne kan prøves med exemplet side 165, idet aksevendingerne resulterer i vandret og lodret for hinanden stående planer, medens diagonalvendinger og punktdrejninger foregår mellem de diagonalt for hinanden stående planer.

Således haves:

T * x = R
T * y = K
T * z = RK

T * xz = K = T * y
T * xy = RK = T * z
T * zy = R = T * x

0'funktioner kaldes den følge af funktioner, der måtte føre T tilbage til T. Sådanne nul-funktioner er en følge af alle tre funktioner xyz eller alle dobbeltfunktioner xx, yy, zz. Dersom et endnu større antal funktioner tænkes foretaget kan de føres tilbage til én funktion, idet alle funktionstegn, der kan parres, udgår, og hvis der bliver t o tilbage kan disse - som vist ovenfor - reduceres til én, f.ex:

T * yxzyxxzxyz =
T * 4x 3y 3z = T * yz = T * x = R

Yderligere illustration af disse tonalgeometriske funktioner giver exempel II/43, der har tonalkode-analysen af kvart/kvint heptatonaliteten som udgangspunkt. Den vandrette række af planer mærket A) viser planens tre punktdrejninger z, zz og zzz, hvoraf A)III er lig med A)I, idet T * zz = T (nul-funktion), medens A)II (i sig selv = T * z =RK) er lig med A)IV, nemlig T * zzz = T * z = RK.

Rækken af planer B) fremkommer som hhv diagonalvendinger x af I og II, respektive aksevendinger y af A)III og IV.

På denne baggrund kan igen betragtes ex.II/38, hvori koderne s) og t), respektive u) og v) står for tonaliteter, der er kongruente til hinanden:

s) * y = t)
u) * y = v)

De reciprokt forbundne tonaliteter står da symmetrisk for hinanden, således:

s) * x = v)
t) * x = u)

Disse strukturelle funktioner gælder for tonaliteter indenfor enhver periode-størrelse med u n d t a g e l s e af to, nærtbeslægtede typer:

1)

Tonaliteter, der er reciproke til sig selv (jfr. s.168); det vil sige, at deres diagonalt stående kodetal er identiske parvis, således at deres produkt a·a, respektive -(p-a)· -(p-a) derfor er et p o s i t i v t k v a d r a t t a l, som er lig med 1 modulo p.

For dem gælder: T * x = T
T * y = K
T * z = K

kode-ex.: P 15 ① 4 / 4 ① = a / -(p-a) / a / -(p-a)

samt

2)

Tonaliteter, der er strukturelt "kvadratiske" (jfr. s.169), det vil sige dem, hvis r e c i p r o k e tonalitet er i d e n t i s k med den k o n g r u e n t e (fortegnsomvendte). Disse tonaliteter har numerisk identiske men fortegnsomvendte, diagonalt stående kodetal, således at deres produkt -a·a er et n e g a t i v t kvadrattal, som alligevel er lig med 1 modulo p.

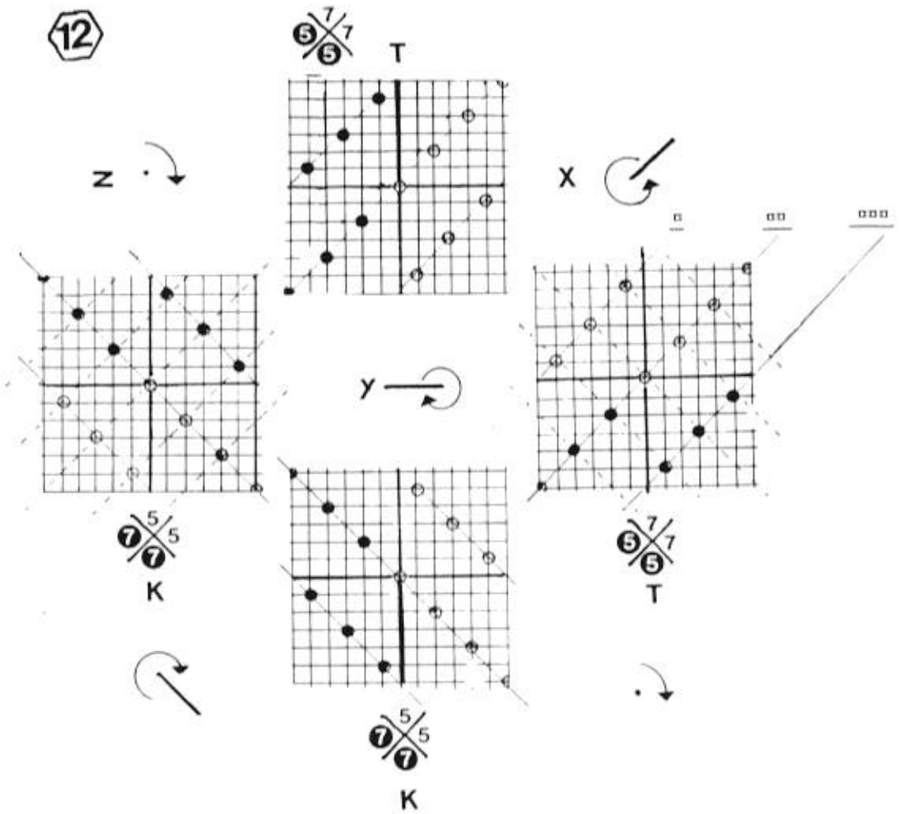
For dem gælder: T * x = K
T * y = K
T * z = T

kode-ex.: P 29 ⑫ 12 / 17 ⑰ = a / -a / p-a / -(p-a)

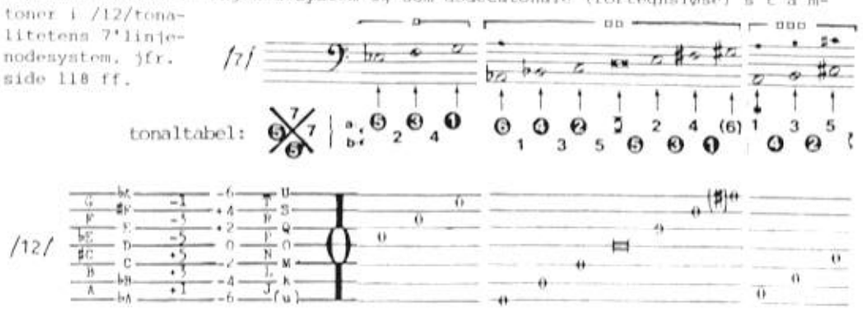
ad 1)

Indenfor enhver periode er de l'tabellariske tonaliteter obligatorisk af type 1), idet tallene 1, 1 respektive 1 , 1 står diagonalt i koden ; produktet er lig med +1 modulo p. Et yderligere exempel på type 1) kan gives med kvart/kvint 12'tonaliteten

som T:



▫ ▫▫ ▫▫▫) NB: De stregoptrukne diagonale intervallinjer mrk: ▫ ▫▫ ▫▫▫ svarer til de brudstykker af heltone-skalaer,som exemplet viser med nødvendige #/b'toner i /7/tonalitetens 5'linjenodesystem og som dodecatonale (forteqnsløse) s t a m-toner i /12/tonalitetens 7'linjenodesystem, jfr. side 118 ff.

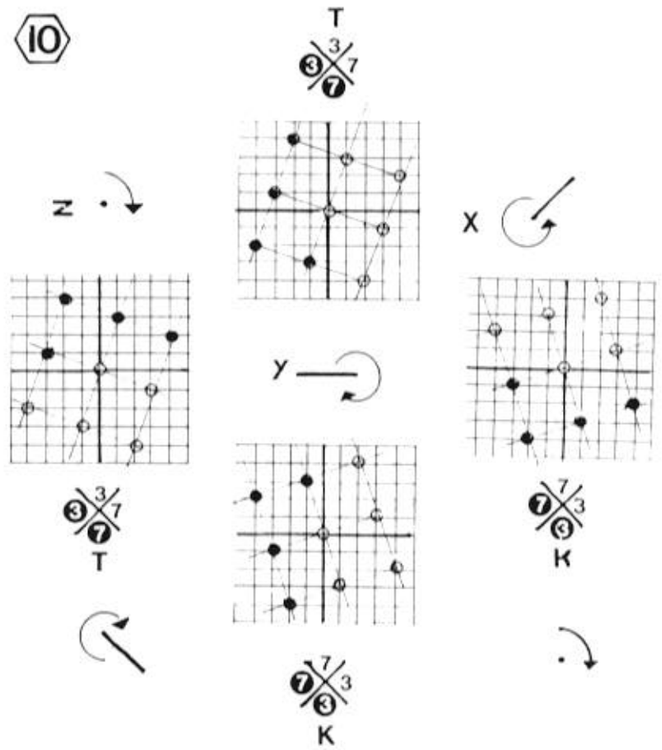


Bemærk ligheden mellem 12´tonalt nodesystem og /12/tonalitetens tonalgeometriske plan.

ad.2):

Som exempel på den anden type tonaliteter gives her fra /10/perioden tonaliteten med tonaltabel 3 som T:

ex:



ad. 1) og 2):

I exemplerne på disse to specielle typer af tonalgeometriske planer er streger, vinkelret på hinanden, trukket gennem punkterne, udelukkende for at fremhæve planernes strukturer. Medens dette medfører, at type 2) kan danne klart k v a d r a t i s k e felter, kan disse vinkelrette streger føre til rektangulære (ikke) kvadratiske) felter for type 1), deraf betegnelserne r e k t a n g u l æ r e respektive k v a d r a t i s k e tonaliteter for disse særlige typer.

Således haves følgende variationer i de aritmetiske kvadrattals-forhold for kodetallene a, hvor a $\neq$ 1, for type:

1)

$a \cdot a = 1$ (modulo p), det vil sige: $a^2 = 1$ jfr. denne kode: 

2)

$-a \cdot a = 1$ (mod.p), jfr denne kode: 

Deraf bør følge: $a \cdot a = -1$, altså $a^2 = -1$, selvom tallene a i k k e kan forekomme i koden med samme fortegn.

Her er +3 lig med positionen for generatorintervallet (kvalitet +1). På den baggrund kan positionen for det 3. generatorinterval (kvalitet +3) findes med produktet $3 \cdot 3 = 9 = -1$ (mod.10), eller: $3^2 = -1$. Altså: kvalitet 3 står på position -1. Tilsvarende gæl-

der med denne kode  (jfr. tonalitet K side 169), hvor tallet 3 er tonaltabellens tal på position +1. Her siger produktet

$3 \cdot 3 = 9$ (mod.10) eller $3^2 = -1$ (d.v.s. $\sqrt{-1} = 3$ mod.10)

at kvaliteten [3] står på position 3 i tonaltabellen 3, jfr:

tonaltabel:	0	3	[1]	[3]	2	5	[2]	1	4	[3]	0
, position:	0	1	2	3 *	4	etc.	.	.	.	.	.

Hvorvidt denne meget enkle t o n a l e definition af det konventionelle symbol $\sqrt{-1}$ har nogensomhelst relation til det tilsvarende symbol i den af naturvidenskaben anvendte matematik er et spørgsmål, det kan være værd at tage op. Men det kan formentlig først gøres, når disse tonalgeometriske forholds mangedimensionale egenskaber (f.ex. i form af universel polytonalitet) er blevet undersøgt, erkendt i forhold til andre end musikalske gyldighedsområder og formuleret i et håndterligt tonalmatematisk sprog i fortsættelse af de her antydede muligheder. Jfr. nedenstående citat af Niels Bohrs "Atomfysik og menneskelig erkendelse" s. 80:

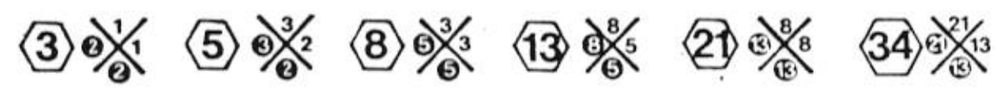
> "... Den forbavsende simpelhed af disse generalisationer af de klassiske fysiske teorier, som opnås ved brugen af flerdimensional geometri og ikke kommutativ algebra, beror i begge tilfælde på indførelsen af det konventionelle symbol $\sqrt{-1}$...."

Af disse exempler på undtagelser fra funktionsreglen fremgår det, at tonaliteter, hvis koder kun rummer to numerisk forskellige tal også kun danner to forskellige strukturer T og K, når de underkastes de tre tonalgeometriske funktioner x,y og z, idet strukturen R og dermed RK ikke forekommer i dem.*)

Det ligger i sagens natur, at begge tonalkodens tal a og -(p-a), hvor a $\neq$ 1, er kvadratrødder. Hvor samme periode også måtte rumme kvadrattals-tonalitet med kodetalle b og -(p-b) og evt. endnu flere tal c, d, e..., således at $a^2, -(p-a)^2, b^2, -(p-b)^2$ etc. modulo p er lig med +1 vil rødderne a, b evt. c, d... blive kaldt s ø s k e n d e-r ø d d e r. Tilsvarende gælder type 2) med forskellige fortegn for samme rod.

Her er det nærliggende at henvise til én særlig smuk tonalsuite: FIBONACCI-suiten*), ex.II/15,16 et e n e s t å e n d e mønsterexempel, idet den u d e l u k k e n d e rummer tonaliteter af disse to typer, skiftende mellem type 1) og 2) fra tonalitet til tonalitet i suiten. Her skal blot anføres koderne fra tri-tonaliteten /3/, der blot består af de komplementære generatorintervaller frem til suitens /34/tonalitet. De følgende tonalkoder kan fortsættes efter dette princip med støtte i tonalsuite-oversigtens diverse tonale tal, II/15,16 der direkte kan sættes sammen i koder frem til /28657/'tonaliteten, et såre teoretisk anliggende:

FIBONACCI-suitens første koder:

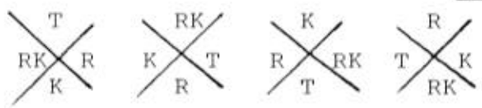


Det hører imidlertid den videregående tonalteori til at redegøre for de regler, hvorefter det kan bestemmes, hvilke perioder der indeholder evt. flere kvadrattals-tonaliteter foruden de obligatoriske l'tabellariske tonaliteter.

---

*)Jfr. s.169 og ex.:TONALE SUITER (Fibonacci). Suitens følge af tonale størrelser svarer til tallene i den berømte Fibonacci-talrække, der begynder med tallene 0 og 1 og fortsætter med de tal, der er lig med summen af rækkens nærmest foregående talpar: 0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89.....

I denne sammenhæng skal /7/perioden fremhæves, idet den udgør en særlig smuk, koncentreret helhed af disse strukturforhold, hvad ex. II/44) viser. Denne periode er d e n m i n d s t e, hvori de reciproke tonalforhold R og RK kan forekomme. Her er de l'tabellariske tonaliteter repræsentant for kvadrattals-tonaliteterne, begge sat i samme plan i analysens centrum. I hver sit felt omkring l'tonaliteterne er anbragt planerne med strukturer for periodens fire andre tonaliteter og med kvart/kvint heptatonalitetens struktur i øverste felt T. Da hver tonalitets kode rummer de samme fire numerisk forskellige tal 2,3,4,5 exclusive l'tabellernes kodetal 1 og 6, betyder det, at disse fire tonaliteter også er strukturelt forbundne som hinandens kongruente og reciproke tonaliteter, vist med periferiens cirkel(pile). Det vil sige, at karakteristikkerne T R K RK kan drejes, medens planerne og funktionstegnene står fast, hvorved enhver tonalstruktur kan få pladsen som "T":

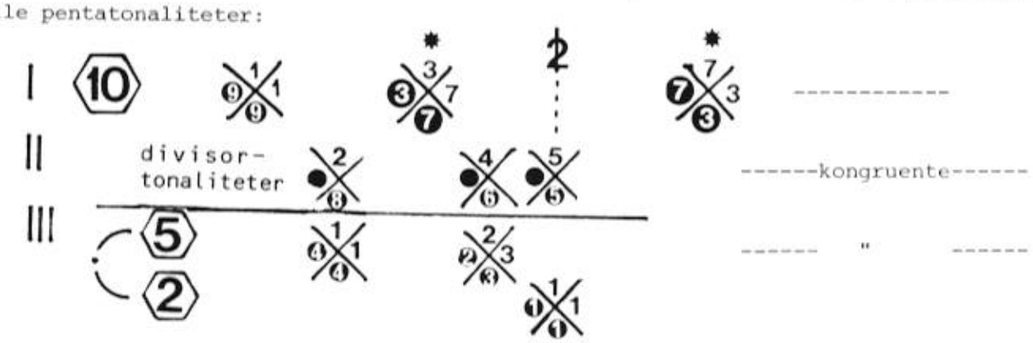


Disse funktioner, sluttet så intimt sammen i /7/perioden, findes der ingen musikalske relationer til (7'tonal musik kendes kun,hvor den er baseret på kvart/kvint heptatonaliteten eller den fjernøstlige tonalitet s l e n d r o, som svarer til den neutrale /7/tonalitet). Det er strukturforhold, der drages frem her, bl.a. fordi det strukturelle funktionsprincip er gyldigt for tonaliteter af enhver størrelse, og det vil i overvejende grad sige tonaliteter, der aldrig i egentlig forstand vil kunne være basis for musik, der skal opfattes akustisk. I denne forbindelse kan de viste strukturelle funktioner belyse og karakterisere tonale fænomener, hvis gyldighedsområde endnu ikke er kendt, men som disse forhold, (der er beslægtet med matematisk gruppeteori), muligvis kan lede hen til formentlig

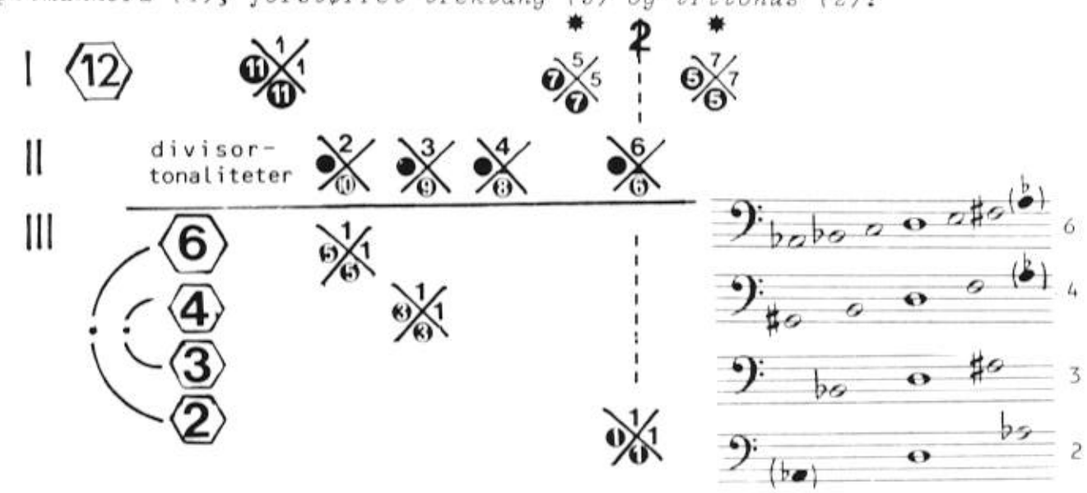
---

jfr.divisortonaliteter s.113

De *lige*perioder, hhv /10/ og /12/, hvorfra de valgte exempler på *kvadratisk* og *rektangulær* tonalitet er taget er særligt karakteristiske. Disse perioder rummer nemlig - foruden de obligatoriske, helt særstillede l'tabellariske tonaliteter - ikke andre *regulære* (s.113) tonaliteter end de to, der er indbyrdes kongruente, i nedenstående exempel mærket *). De talkombinationer for generatorintervallernes positioner, som desuden måtte forekomme i perioderne, ses af exemplets rækker II. De benævnes *divisortonaliteter* , beroende på at tallene i disse kombinationer nødvendigvis må have *divisor fælles* med periodens tal p, her hhv /12/ og /10/. På grund af divisorfællesskabet kan disse kodetal ikke kombineres med diagonalt stående dia'intervalliske kodetal, således at produktet af diagonalt stående tal er lig med +1 modulo p, hvilket er forudsætning for, at disse tal kan være tonalt *reciproke* . Sådanne divisor-kodetals kombinationer kan først referere til adækvate perioder, når de forkortes som brøker, ex.III. Det indebærer, at en periode, hvis størrelse p er et sammensat tal, rummer *divisortonaliteter* svarende til samtlige de tonaliteter, der indgår i divisor-perioderne. Det er i /10/perioden alle pentatonaliteter:



I /12/perioden er divisor-tonaliteterne meget enkle, udelukkende l'tabellariske, fordi /12/ er produkt af de mindste primtal ($3 \cdot 2^2$), og divisor-perioderne 6, 4, 3 og 2 har kun én *regulær* tonalitet hver, og disse tonaliteters neutralpunkter svarer til tempereret /12/tonalitets *heltoneskala (6), formindsket septimakkord (4), forstørret treklang (3) og tritonus (2):*



Foruden neutraltonaliteten indeholder en periode p-1 tonaliteter, dersom periodens tal p er et *primtal* , jfr. /5/periodens f i r e (5-1) pentatonaliteter eller /7/periodens s e k s (7-1) heptatonaliteter. Er p derimod produkt af primtal, f.ex. i perioden

I) $a \cdot b \cdot c \ldots$ eller hvis nogle primfaktorer er potensopløftede som i perioden

II) $a^n \cdot b^n \cdot c$ da er - ifølge almindelige regneregler - antallet af autentiske tonaliteter lig med dette produkt i perioden

I) $(a-1) \cdot (b-1) \cdot (c-1)$ medens der yderligere skal multipliceres med de potensopløftede primtal, idet exponenterne reduceres med 1 således i perioden

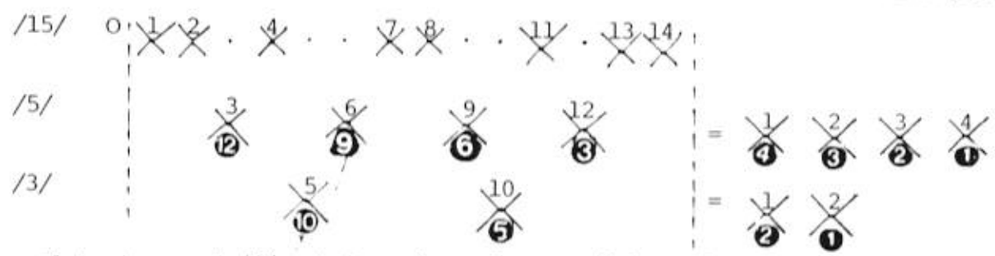
II) $(a-1) \cdot (b-1) \cdot (c-1) \cdot (a^{n-1}) \cdot (b^{n-1})$ ...etc.

Et simpelt exempel på denne udregning for en periode II) forekommer med /12/periodens $(3 \cdot 2^2)$, hvis antal regulære tonaliteter er lig med

$(3-1) \cdot (2-1) \cdot (2^{2-1}) = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$

Resten af en periodes tonaliteter er *divisortonaliteterne*. Da p's mulige divisorer igen kan være sammensatte fordeler divisortonaliteterne sig fortsat på denne måde, indtil *primtal*-periodernes a-1, b-1 og c-1 tonaliteter fremkommer som denne sammensatte periodes r o d-tonaliteter.

Således rummer /15/periodens (5·3) *8 regulære* tonaliteter - (5-1)·(3-1) = 4·2=8 - jfr.113 og som *divisor*-tonaliteter særstilles hhv t o tri-tonaliteter og f i r e pentatonaliteter i nedenstående antydede koder med de generatorintervalliske positionstal:

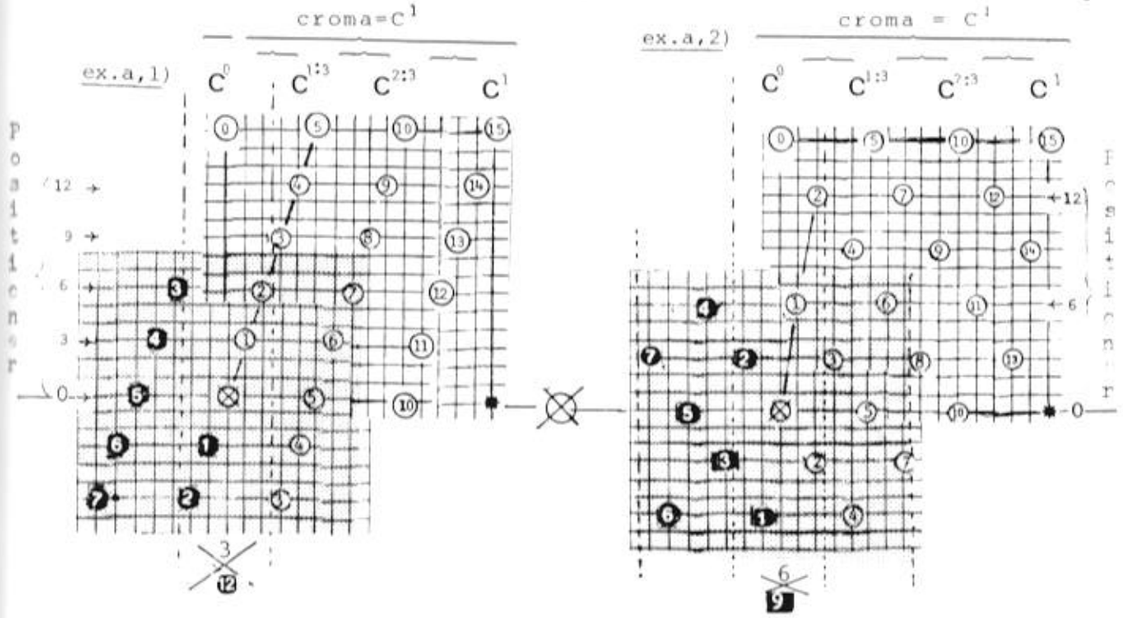


Exemplet viser, at /5/periodens 4 regulære og /3/periodens 2 regulære koders lodretstående tal dannes ved forkortelse af /15/periodens kodetal. Og det er først med de forkortede koders tal, det bliver muligt at bestemme de respektive tonaliteters tabeller, som fremgår af de numerisk mindste af de vandretstående kodetal. Det er slået fast, at der fra en tonalkode kan sluttes direkte til fordelingen af punkter i den tonalgeometriske plan. Det vil sige, at de forkortede koders tonaliteter så at sige er indbygget i den sammensatte periodes hele plan af tonale punkter.

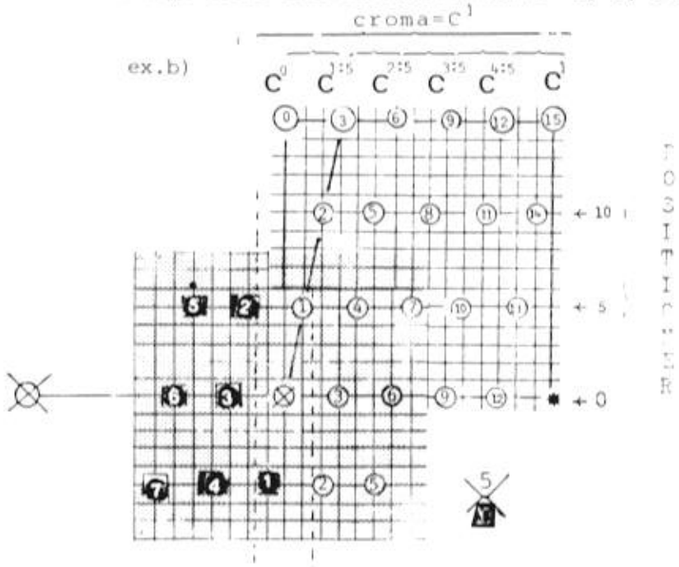
Divisor-tonaliteter repræsenterer dog andet og mere end de fra divisorernes mindre tonaliteter kendte strukturer. Det vil sige, at /15/periodens /3/' og /5/tonaliteter ikke er forklaret alene ved deres oprindelige tonalstrukturer. I og med at /15/ er produkt af 3 og 5, præges multiplikatorernes (divisor)tona-

liteter også af det produkt, de skaber, og hvori de m å indgå i en eller anden udvidet skikkelse, som det vil fremgå af det følgende:

Af tonalkodens lodretstående tal ses det,at generatorintervaller (kvalitet +1) m å kunne have deres plads på divisor-*positionerne* *3, 6, 9, 12* resp. *5* og *10*. I konsekvens heraf kan punkterne fordeles i de respektive planer, som det ses nedenfor, hvor exempel a,1 har generatorintervallet +1 på 3. position, a,2) på 6. og ex. b) på 5. position. Udover det (mørke) felt, som med 0 (origo) i planets centrum omfatter alle tonalitetens (15) kvaliteter, er i alle exempler punkterne ført videre op til croma-linjen for 0'kvaliteten én oktav over origo.



Det indebærer for exempel a,1) og a,2), at kvaliteterne 5 og 10 deler croma-intervallet (0.. ..15) i tre lige store *divisor-croma'er*, medens ex.b) viser croma'et delt i fem lige store dele af kvaliteterne 3, 6, 9 og 12:



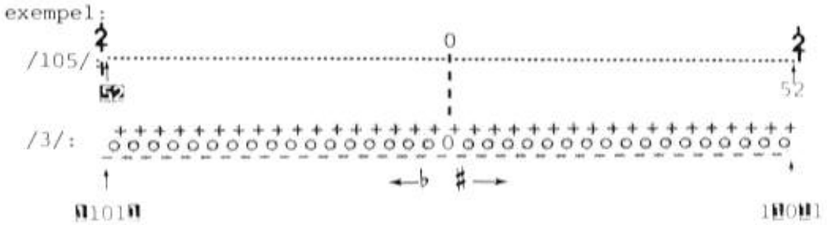
Idet svingningstallet for croma'intervallet er lig med C^1 ,må svingningstallene for divisor'cromaerne være hhv $C^{1:3}$ og $C^{1:5}$, som exemplerne viser. Som følge heraf må enhver kvalitet i planet indgå i croma-delte (vandrette) intervallinjer. Det vil igen sige, at kvaliteterne fra 7..til..7 fordeler sig i en skalalinje omkring de samme divisor-positioner (neutralpunkter), hhv positionerne 3 5 0 3 6 (9, 12 = 3 3) for exemplet a,1) og a,2) og positionerne 5 0 5 (10 = 5) for ex.b).

Disse forhold belyses yderligere af analyserne II/48,49, hvorpå de på denne måde udvalgte positioner er markeret. Men netop fordi generatorintervallet kun skaber kvaliteter, der placerer sig omkring divisor-positioner, kan man forkorte disse-positionstal, hhv 3,5,6, 3, 3 og 5), idet negativt noterede positioner =9,10,12. Derved fremkommer, som ex.II/48,49,F viser, de mindre tonaliteter hhv /3/ og /5/tonaliteterne. Men for disse forkortede tonaliteter gælder, at den oprindelige /15/periodes hhv 3' og 5'delte croma-interval ($C^{1:3}$ resp. $C^{1:5}$) bliver at betragte som to forskellige, udelte croma'intervaller hhv C_a^1 og C_b^1 , således at det oprindelige $C^{1:3} = C_a^1$ og $C^{1:5} = C_b^1$. Ex.II/48,F (forkortet tonalitet) viser således, at de to til hhv ♯' og ♭'side *transponerede* pentatonaliteter svarer til de to generatorinterval'linjer i /15/tonaliteten, der fra +/-3 til +/-7 har +/-5 som centrum. Det vil sige, at tonaliteterne også indgår i et tonalt /5/tal'system, hvis enkelte "fem"ere (svarende til lo´tal systemets) markerer antallet af ♯'er og ♭'er. Tilsvarende gælder ex.II/49F hvor det er /3/tonalitetens kvaliteter 1 0 1, der transponeres to gange til ♯' og to gange til ♭'side. Dersom disse tritonale kvaliteter havde stamnavnene 1 0 1 / V X Y , da ville dybeste b'kvalitet musikalsk være bbV (7), ligesom højeste ♯'kvalitet måtte være X Y (=7).

NB:

Det er bl.a. i denne sammenhæng, det bliver meningsfyldt at operere med tonale talsystemers 10'ere, 100'er, 1000'er...etc. (jfr.side 142). Et exempel kan nævnes fra periode /105/(3·5·7), der bl.a. har /3/ som divisor-periode i koder med følgende positionstal: 35 / 70 forkortet til: 1 / 2 , 70 / 35 , 2 / 1

Analogt exempel II/49F vil det medføre, at den til /3/ forkortede periodes croma er intervallisk en 35'del af /105/periodens croma (sv/tal $C^{1:35}$). Med tri-tonalitetens stamtoner navngivet som ovenfor V X Y vil det sige, at denne (forkortede) divisor-tonalitets kvaliteter indenfor /105/periodens oktav rækker fra 17 b'er for V (♭..... ♭V) til 17 ♯'er for Y (♯..... ♯Y), som det fremgår af nedenstående exempel:



I konsekvens af den til /3/ forkortede periode må også talsystemet (opr./105/talsystem) forkortes til /3/talsystem, og deri vil kvaliteterne, 10'talsnoteret som hhv 52 og 52 blive skrevet som /3/: 1101 ($3^4-3^3\pm0\cdot3^2-3^1+3^0 = 52$; 81-27 +0 -3 +1 = 52) og 1101

Princippet er naturligvis det samme for et hvilket som helst tonalt talsystem, der illustreres i forbindelse med sammensatte perioders forkortede divisor-perioder. Således vil f.ex. kvart/kvint-heptatonalitetens kode 4 / 5 , 2 / 3 fremkomme som forkortelse af /105/divisor-tonaliteten med positionstal..... 60 / 15 = 4 / 3

Men denne som divisor-tonalitet indbyggede heptatonalitet ligger dog rent akustisk/strukturelt langt fra kvart/kvint-tonaliteten, idet den indbyggede /7/tonalitet her har *et umådeligt lille croma*. Det er nemlig kun en 15'del af /105/periodens croma, som for en autentisk tonalitet må have svingningstal (mindre end) $<2^{1:105}$. Denne tænkte divisor-tonalitet har derfor et croma med dette svingningstal $<(2^{1:105})^{1:15}$ I den ovennævnte tritonalitet er cromaet endnu mindre: $<(2^{1:105})^{1:35}$

Uanset hvor lille en croma-størrelse, generatorintervallet frembringer, f.ex. for den tritonalitet, der indgår som divisor-tonalitet i /105/perioden, da er denne tritonalitet også basis for en tonalsuite. Og som det er vist bl.a. side... medfører et meget lille croma for en tonalitet, at rækkefølgen af tonaliteter i suiten efter denne, f.ex. en /3/tonalitet er bestemt af tilvæksten 3 i lange strækninger af suiten. I ovennævnte tilfælde er /3/tonalitetens croma maximalt (mindre end) $<(2^{1:105})^{1:35}$ Det vil sige, at dette croma ihvertfald skal være intervallisk (mindre end) <105·35'del af en oktav, dvs $<2^{1:3675}$ Da der for hver tilvækst i denne tritonalitets tonalsuite fyldes 3 croma'er altså 3 nye toner ind i oktaven, betyder det, at tilvæksten 3, som begynder fra tonaliteten /4/ fortsætter mindst til 1225 (=35²): dvs rækkefølgen 4 7 10 13 16....1225....
+3 +3 +3 +3 ....

Sådanne croma-delinger frembringes som vist af generatorintervaller på divisor(multipla)positioner. Men disse generatorer skaber ingen tonaltabel, idet position 1 eller 1 og dermed alle andre positioner, hvori generator-positionen ikke "går op" *heller ikke bliver besat*. Det betyder, at der ikke på nogen (heltallige) positioner i /15/periodens tonaliteter findes generatorintervaller, der kan frembringe nedenstående (vandrette, tonaltabellariske) kodetal:

12 / 3 , 9 / 6 , 6 / 9 , 3 / 12 og 10 / 5 , 5 / 10

Ikke desto mindre forekommer de punkter i planen, som disse koder henviser til, og de svarer nøje til dem, som med tonalplan-funktionen X (=diagonal-vendingen) fører til en givet T-tonalitets *reciproke* tonalitet R. Det fremgår af exemplerne A/R og B/R, som begge viser, at samtlige (14) positioner bliver besat ved denne fremgangsmåde. Det medfører imidlertid, at kun et begrænset udsnit af kvaliteter-

jfr.s.80.

ne kommer med.I ex. II/48R er det foruden 0 de fire kvaliteter **6** **3** (0) 3 6 (multipla af 3) og i ex/49R er det de to kvaliteter **5** (0) 5. Til gengæld forekommer de flere gange og hver gang i forbindelse med en 0'kvalitet, som mellem origo og dens oktaver er neutral-kvaliteter på positioner, der er delelige med 3 og 5, altså divisorerne for /15/.

Dette er et ganske nyt tonalt perpspektiv:

Tonaliteter i tonaliteten

Her opstår det fænomen, at oktaven neutraldeles i hhv 3 dele (sv/tal $2^{1:3}$ jfr.ex.II/50,51) og i 5 dele (sv/tal $2^{1:5}$, jfr. ex./49R og/52R), samtidig med at hver af disse lige dele af oktaven bliver delt tonalt, det vil sige i tabellariske dia--intervaller. I ex./48R dannes en tonaldivisorisk 3'tabel modulo /15/, som med sine f e m tabellarisk mulige kvaliteter **6** **3** 0 3 6 forekommer tre gange med de neutrale 0'kvaliteter som centrum. I ex./49R er det en *tonaldivisorisk* 5'tabel med t r e mulige kvaliteter **5** 0 5 omkring f e m neutralpunkter indenfor oktaven.

Divisor-tabellernes tal betegner ganske regelret det antal af /15/periodens grader, som kvaliteterne afviger fra de givne neutralpunkter. For så vidt er der intet ivejen for at forkorte kvalitetstallene ved division med tabellens numerisk mindste tal (≠0), hhv 3 i /48 og 5 for 49R og betragte den derved fremkomne kvalitet 1 som *betinget* generatorinterval, hvor betingelsen er den, at generatoren +1 kun deler et neutralt udsnit af oktaven. På denne måde får oktavens neutral-interval karakter af et *mini*-identitetsinterval - om dette udtryk kan tillades. Det vil sige, at de t r e oktavdele i ex./48R hver deles i en *mini*-pentatonalitet, medens de f e m oktavdele i ex./49R hver deles i en *mini*-tritonalitet.

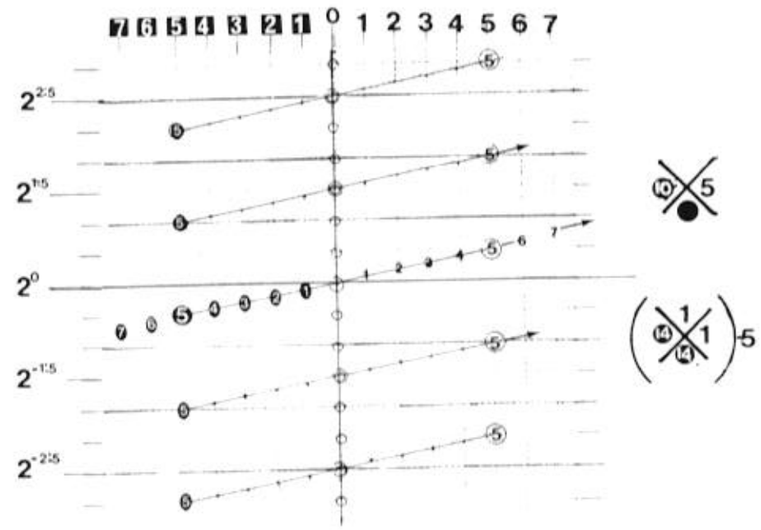
På denne måde viser det sig, at *ethvert neutral-interval har karakter af et latent identitets-interval!*

Det betyder, at de samme tonale struktur-forhold, som råder indenfor oktaven ($2^0 \ldots 2^{p:P}$) også er at finde indefor ethvert af oktavens neutralintervaller ($2^0 \ldots 2^{1:P}$) sådan som den tonale X'funktion (diagonal-vendingen) viser det.

Således findes alle f i r e pentatonale strukturer indenfor hver oktav-tredjedel i funktions-analysernes ex. R og RK i ex.II/50.51, medens de t o tritonale strukturer fremgår af R og RK i ex. /52. På denne måde kommer man frem til *primtallenes* tonalstrukturer som de *grundlæggende*, idet de - efterladende produktets, altså de sammensatte perioders regulære tonaliteter - træder frem som divisor-tonaliteter og i kraft af den tonalgeometriske funktion (som R- og RK-tonaliteter)

afdækker neutral-intervallerne som latente *(mini)*identitets-intervaller.
Men billedet differentieres yderligere, dersom disse R og RK'tonaliteters i koden vandretstående kvaliteter *ikke forkortes*, men betragtes som multipla af generatorintervaller, hvis kvalitet +1 søges fundet i planet ud fra sædvanlige tonalgeometriske interval-kriterier. Nedenstående exempel illustrerer, hvad det indebærer:

ex:



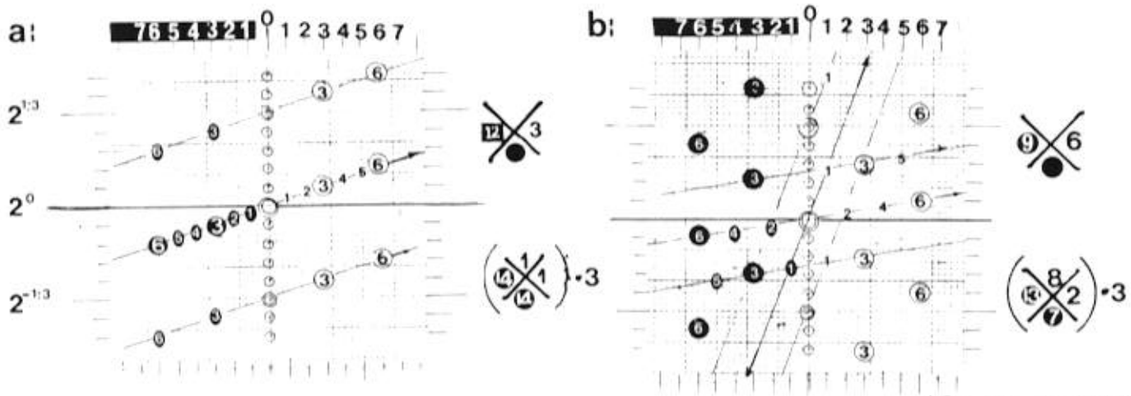
Divisor-tonaliteten fra ex./49R, respektive 52/R har sine kvaliteter **5** 0 5 placeret regelret i en i millimeter underdelt plan, således at der (lodret) er 5 mm mellem neutralpunkterne omkring origo, samt 5 mm mellem de tonale grader. Såvidt svarer planen til alle tidligere. Det fremgik ovenfor, at denne 5'tabellariske tonale struktur kunne forkortes fra 0 5 **5** 0... til 0 1 **1** 0.

Spørgsmålet er her:

Kan den givne kvalitet 5 selv indgå i en 1'tabellarisk intervallinje, således at kvalitet 5 er den f e m t e i en strukturelt motiveret, generatorintervallisk række, hvis kvaliteter 1, 2, 3 og 4 også placeres på de lodrette linjer, som gradtallene over planen anviser?

Exemplet besvarer spørgsmålet simpelt med en direkte intervallinje fra 0 til 5. På denne måde ses det, at den oprindelige t r i-tonale *mini*-struktur 0....5....**5**...0 indenfor den neutrale 5.del af oktaven er en ganske selvfølgelig delmængde af en /15/tonal 1'tabellarisk struktur indenfor samme 5.del af oktaven. Det vil sige, at de oprindelige tritonale strukturer indenfor hver 5.del af oktaven også kan ses som delmængder af f e m /15/tonale strukturer indenfor oktaven, idet disse strukturers grad-antal (refererende til den oprindelige /15/periodens grad-størrelse)da forholder sig regelret til de nu 5·15 eller $3 \cdot 5^2$, altså ialt 75 neutralpunkter indenfor oktaven.

Detsamme gælder nedenstående exempel a), som svarer til ex. II/50 R er også placeret på et millimeterunderdelt plan, som - da det drejer sig om 3'tabellariskstruktur - har (lodrette)neutralpunkter og (vandrette) gradangivelser placeret med afstande af 3 millimeter:

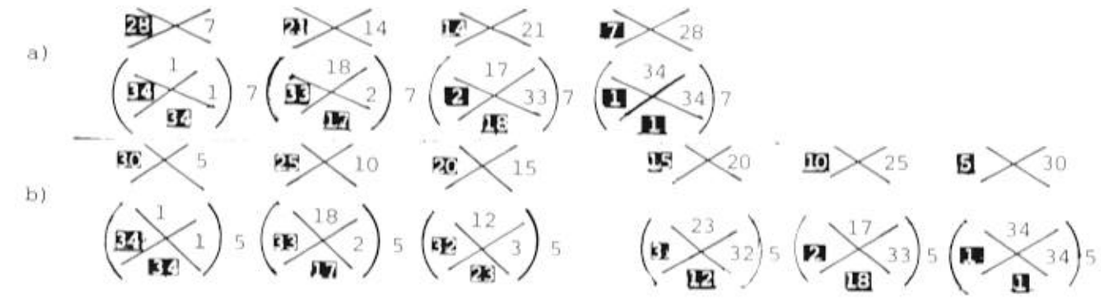


jfr.ex.II/51R

Denne 3'tabellariske, divisortonale struktur kunne forkortes fra 0 3 6 [6] [3] 0 til 0 1 2 [2] [1] 0. Og analogt det foregående ses denne oprindelige *mini*-pentatonale struktur 0..3..6..[6]..[3].. 0 indenfor den neutrale 3.del af oktaven at være en delmængde af en /15/tonal 1'tabellarisk struktur indenfor hver 3.del af oktaven. Imidlertid har /5/perioden også 2'tabellarisk struktur, som det fremgår af ex.II 51/R. Det er den, der illustreres af ovenstående exempel b), hvis 6'tabellariske, divisortonale struktur har denne forkortning til 2'tabel: 0 2 [1] 1 [2] 0 af de oprindelige kvaliteter 0 6 [3] 3 [6] 0, som her viser sig at være delmængde af en /15/tonal, men her *2'tabellarisk* struktur indenfor samme 3.del af oktaven. (For alle exempler gælder, at de også har kongruente former, K). I disse to tilfælde viser divisor-strukturerne sig at være delmængder af t r e /15/tonale strukturer indenfor oktaven. Gradernes intervalstørrelse,som ligger fast,svarende til graderne i den oprindelige /15/periode,står her i relation til nu $3 \cdot 15$ eller om man vil $5 \cdot 3^2$, det vil sige 45 neutralpunkter indenfor oktaven.

For disse *tonaliteter i tonaliteten* kan der skrives *parentetiske koder*, som de foregående exempler viser. Disse parentes-koder refererer i exemplerne til de /15/-tonale (dvs p-tonale) *mini*-strukturer, som de respektive divisor-tonalstrukturer er delmængder af. Tallet ved siden af parentesen, som også er divisor-kodetallenes egen divisor, angiver hvor mange gange tonalstrukturen forekommer indenfor oktaven. Det vil sige, at dette tal også er *nævner* i den brøk-exponent for oktav-svingningstallet 2 , som angiver det neutral-interval, *mini*-strukturen indeholdes i. Her er det $2^{1/5}$ resp. $2^{1/3}$.

I det følgende skal anføres divisor- og parentes-koder, som hører sammen indenfor en lidt større sammensat periode: /35/ (=5·7), hvis neutralintervaller for *mini*-strukturerne derfor er hhv $2^{1/5}$ og $2^{1/7}$. Det betyder igen, at de generator-intervalliske divisor-tonaliteter (*lodretstående* kodetal) kan forkortes til hhv f i r e /5/tonaliteter og s e k s /7/tonaliteter. Det giver for de reciproke divisor-strukturer f i r e parentes-koder, hvis *mini*-strukturer forekommer 7 gange indenfor oktaven, rk. a), og s e k s parentes-koder for tonal-strukturer, der findes 5 gange indenfor oktaven, r. b):



Disse strukturforhold gør sig gældende naturligvis indenfor alle sammensatte periode-størrelser p (p= primtalsproduktet a·b·c....). Deri kan som vist divisor-periodernes strukturer tydes som dele af p-tonale strukturer indenfor hhv a·b, a·c og b·c neutraldelinger af oktaven og i relation til de større tonaliteter $a^2 \cdot bc$, $b^2 \cdot ac$ samt $c^2 \cdot ab$ etc.

De regulære /15/tonaliteter:

Medens divisor-tonaliteter og primtals-tonale strukturer på denne måde hører sammen, da bliver der tilbage det egentlige (tonale) produkt af primtallene: de i dette tilfælde (3-1)·(5-1), altså de 8 *regulære tonaliteter*, hvis kodetal, som vist side 174, ikke er divisorer eller multipla deraf. Derfor kan der dannes fuldstændige tonaltabeller på hvert af disse tal. I exempel II/53 er vist disse 4·2 indbyrdes kongruente tonaliteters planer med de 15 kvaliteter fremhævet på hver side af origo sammen med klaviatur-strukturen resp.tonaltabel for hver tonalitet. I oversigten viser kraftige linjer hen til de tonaliteter, der er indbyrdes reciproke (2' og 7'tabellernes), medens korte skråstreger, viser dem, der er reciproke til sig selv, hhv 1' og 4'tabellernes tonaliteter. Det er værd at bemærke, at kongruente tonaliteters klaverturer står til hinanden som hånd til handske, medens de samme tonaliteters planstrukturer er spejlbilleder af hinanden. Endvidere er det tydeligt, at 2' og 7'tabellernes fire planer alle er strukturelt beslægtet, hvorimod de reciproke tonaliteters klaviaturer ikke viser umiddelbart strukturelt slægtskab.

Den i exempel I/61 dekorativt anbragte tonal-fletning (s.111) for 15 periodens 8 regulære tonaliteter, tjener blot til at vise endnu en form for grafisk fremhævelse af tonaliteternes samlede strukturer i 15-perioden.

En oversigt over tonaliteterne i en primtalperiode af omtrent samme størrelse giver ex./61 med /17/periodens 8 positivt tabellariske tonaliteter, som alle er: r e g u l æ r e. af de 16 tonaliteter Analogt /15/periodens divisortonale /3/' og /5/strukturer måtte disse i adækvat udformning indgå som divisortonaliteter i f.ex. /119/periodens (7·17). Det vil sige, at de 16 /17/tonale strukturer kan dannes ved forkortning og på lignende måde som pentatonaliteterne i ex./51 kan de indordnes et /17/talsystem med 1'erne ⑧ ⑦ ⑥ ⑤ ④ ③ ② ① 0 1 2 3 4 5 6 7 8

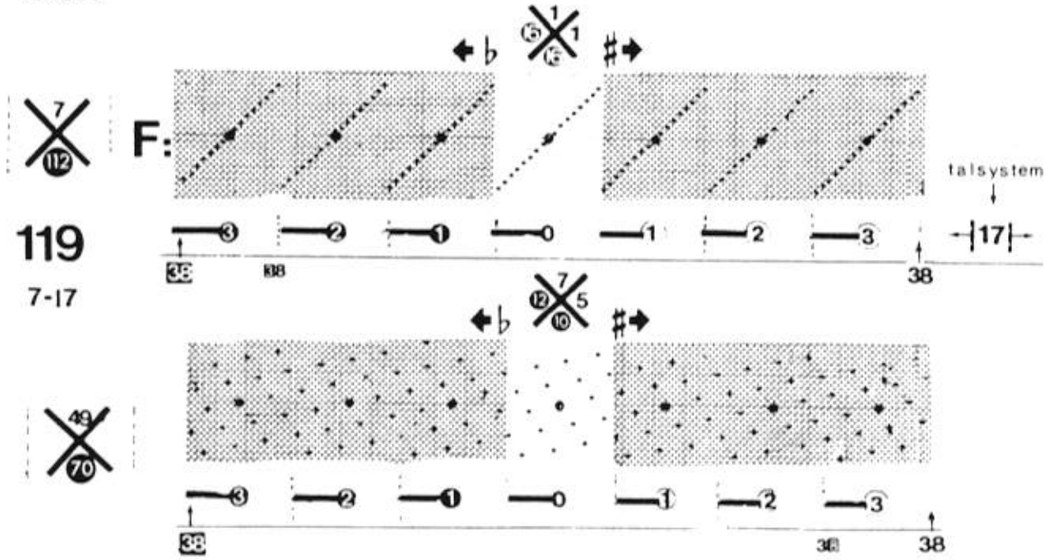
I dette tilfælde altså indenfor /119/periodens énere ville /17/talsystemets numerisk største kvaliteter (i /10/ hhv -59 og +59) være disse 2cifrede tal: 38 og 38 ($3\cdot17^1+8\cdot17^0$; jfr. ex.II/54). Det vil sige, at /17/tonaliteterne her vil kunne transponeres, således at der kan være hhv 3 b'er (bbb) og 3♯'er (×♯) for samtlige /17/stamkvaliteter i alle 16 tonaliteter. Der kan altså foretages 6 total-transpositioner af hvert /17/tonale stamtone-komplex, idet én t o t a l-transposition indebærer, at alle stamtoner er transponeret én gang (har ét f o r t e g n) Jævnfør med exemplet side 176, med divisor-tonalitetens 17 b'er og 17 ♯'er - altså 34 total-transpositioner af stamkvaliteterne V X Y.

Det er nødvendigt at fastholde billedet af, hvad der her er tale om med disse transpositioner, og lad det forudsættes at være forkortning af kodernes (lodrette) p o s i t i o n s t a l for kvaliteternes komplementære generatorintervaller:

T: 7/112 14/105 21/98 ..... 49/70 etc...

F: 1/16 1 2/8 9 3/11 6 ..... 7/12 5 etc...

Her siger følgen af T-kodernes positive tal (7 14, 21... altså multipla af mindste divisor for /119/, at alle 2·59 kvaliteter vil fordele sig som grader (differerende med 17) omkring hvert s y v e n d e (7.) neutralpunkt position indenfor oktaven jfr.ex.II/54. Det vil sige, at disse neutralpunkter, der kan noteres med svingningstallene $2^{7:119}$, $2^{14:119}$ kan få brøk-exponenten forkortet til $2^{1:17}$, $2^{2:17}$... Det er baggrunden for at forkorte selve koden og dermed anskueliggøre, at disse divisor-tonaliteter er at betragte som seksten tonaliteter, hvis stamtonaliteter hver forekommer totalt transponeret seks gange (3b og 3♯) inenfor den /119/tonale helhed, som det fremgår af nedenstående exempler på to af /119/periodens divisor/17/tonaliteter:



På exempel 54 ses disse tonal-planer (F) stillet i relation til d e /119/tonale planer (T), de er forkortninger af. (NB: strukturen for /17/tonaliteten med denne kode 7/5 svarer til strukturen for kvart/kvintsuitens /17/tonalitet, hvis croma imidlertid er"enormt"meget større).

Heraf fremgår det umiddelbart, at exempel F beskrives selvfølgeligt i et tonalt /17/talsystem, medens det uforkortede ex. T har direkte relation til /119/talsystem med 2·59 (+/-) stamtal, hvoraf det numerisk største (59) er markeret som 1'er kvalitet med tegnet for h a l v p e r i o d e hhv -½ og ½ (jfr. halvperiode s.136).

Rent strukturelt er der naturligvis ingen forskel på planer for én til størrelsen /p/ forkortet divisor-tonalitet og en autentisk /p/tonalitet (jfr. s. 80). Men der er klare grænser for, hvilke maximale intervalstørrelser de to croma-typer kan have.

ad. type I; (autentisk tonalitet):

I den autentiske /p/tonalitet, hvor p kan være et vilkårligt naturligt tal er svingningstallet for det maximale croma $< \neq 2^{1:p}$

ad. type II; (divisor-tonalitet):

I en til /p/ forkortet divisor-tonalitet fra perioden af størrelsen /s/, hvor s er lig med et sammensat naturligt tal, og hvor det mindst mulige /s/ er lig med 2p, er svingningstallet for det maximale croma:

$< \neq 2^{1:2^2p}$

Dersom /s/ er lig med n·p, hvor n er et naturligt tal større end 1, er det maximale croma $< \not\; 2^{1:n^2p}$

Reglen fremgår af de forrige siders analyser af croma-deling for sammensatte perioders divisor-tonaliteter. Exemplificeringen ovenfor viser, at den mindst mulige difference mellem maximale croma-intervaller for hhv autentisk /p/tonalitet og forkortet divisor/p/tonalitet er: $\frac{2^{1:p}}{2^{1:4p}}$

- og maximale croma-intervallers differencer iøvrigt er: $\frac{2^{1:p}}{2^{1:n^2p}}$

Nogen nedre grænse for croma-intervalstørrelsen gives principielt ikke. Tonaliteter med disse to typer af cromaer forekommer i betinget rækkefølge i alle tonale suiter indtil disse evt. bliver af FIBONACCI-suitens type (jfr. s. 171) med sv/tal for croma $< 2^{1:p} > 2^{1:4p}$

Betydningen af autentiske og divisortonale cromatyper viser sig i de tonale suiter, hvor et meget lille croma (type II) for en given tonalitet automatisk bliver dia-'interval i suitens næste tonalitet (jfr. regler herfor side 40) Det medfører, at en sådan suites følgende tonaliteter evt. igennem lange strækninger får croma'er, der er betydeligt større end $2^{1:p}$, hvorved disse suite-tonaliteter bliver af typen <u>extreme tonaliteter</u> (jfr. s.98, ex.I/53-6). Disse er igen kongruent forbundne med tonaliteter, som analytisk fører til fænomenet <u>tonal interferens</u> (jfr. s.108). Exempler på længere forløb af tonaliteter med store croma-intervaller af ovennævnte art findes i oversigterne II/1-16,bl.a.7-8 og ikke mindst II/11 hvor et croma for /95/tonaliteten har en saa lille intervalstørrelse, at svingningstallet (tilnærmelsesvist) må skrives med denne decimalbrøk: 1,0000062 , som bliver dia- i den følgende /147/tonalitet og formentlig dia- i suitens godt 1100 kommende tonaliteter.

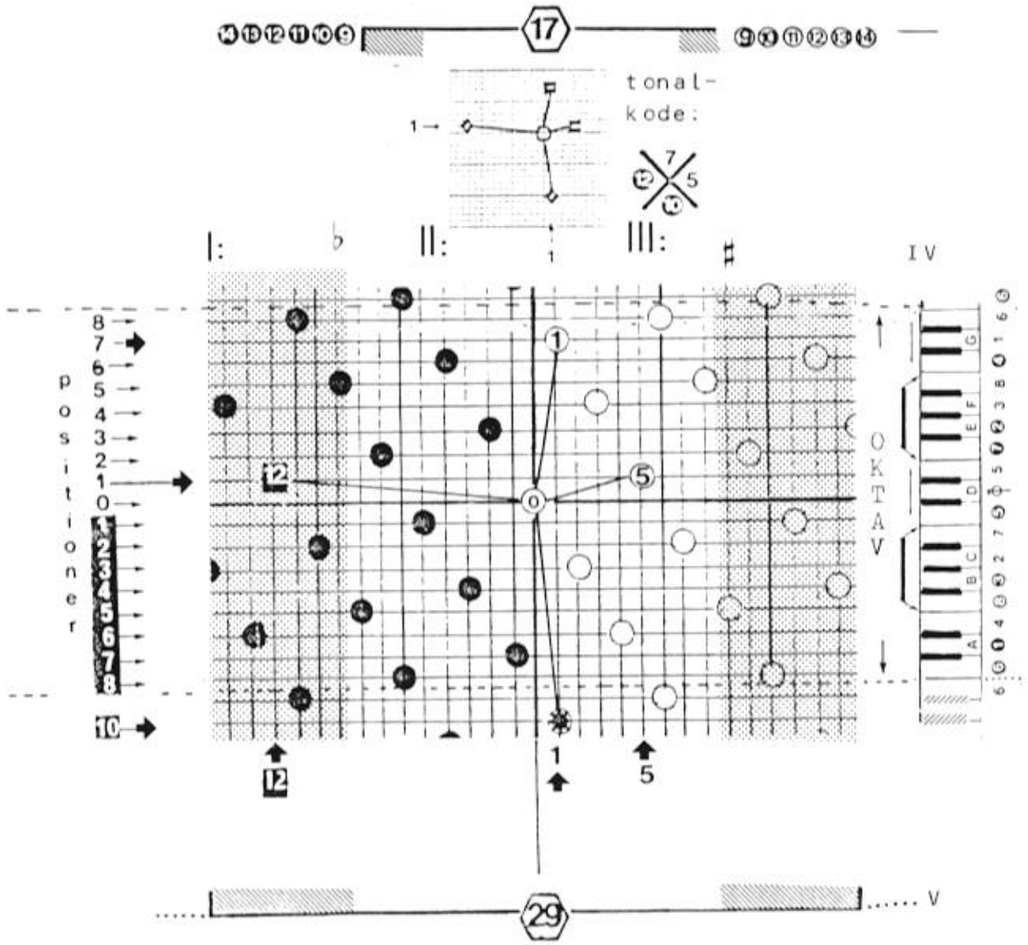
Det er - som påpeget side 176 for /105/periodens divisor/3/tonalitet -ikke mindst i relation til divisortonaliteter, at tonale talsystemer kan anvendes langt ud over stamtallenes (-tonernes), altså 1'ernes område. Disse forhold har også musikalsk tonale konsekvenser i forbindelse med transpositioner, som skal belyses i det følgende i særdeleshed i relation til de suiter, en given tonalitet indgår i. Her vil det være praktisk at vælge et exempel fra kvart/kvintsuiten, hvis plan for /17/tonaliteten har koden

(jfr.s.183 og ex. II/2o-21.

specielt-21

I nedenstående exempel, som knytter sig til analyserækken II/17-3o,er tonalgeometrisk planstruktur kombineret med /17/tonalitetens klaviaturstruktur, således at hver /17/tonale stamtangent (undertangent) står udfor den position tonen har i planet. Og en del af de karakteristika, der knytter sig til den tonale plan-opstilling og kode-beskrivelse, skal her repeteres:

ex:



1: fordelingen af kvaliteterne fra /17/-tonalitetens tonaltabel +5. Forbundet med skrålinjer i intervallisk relation til 0-tonen står lodret for hinanden de oktavkomplementære generatorintervaller, kvalitet +1, hhv positiv kvart (position +7) og negativ kvint (position

-10), samt de croma-komplementære dia'intervaller på position +1, resp. dia-12 og dia+5

II: tonalkodeanalysen alene som grafisk struktur i formindsket målestok (mm)

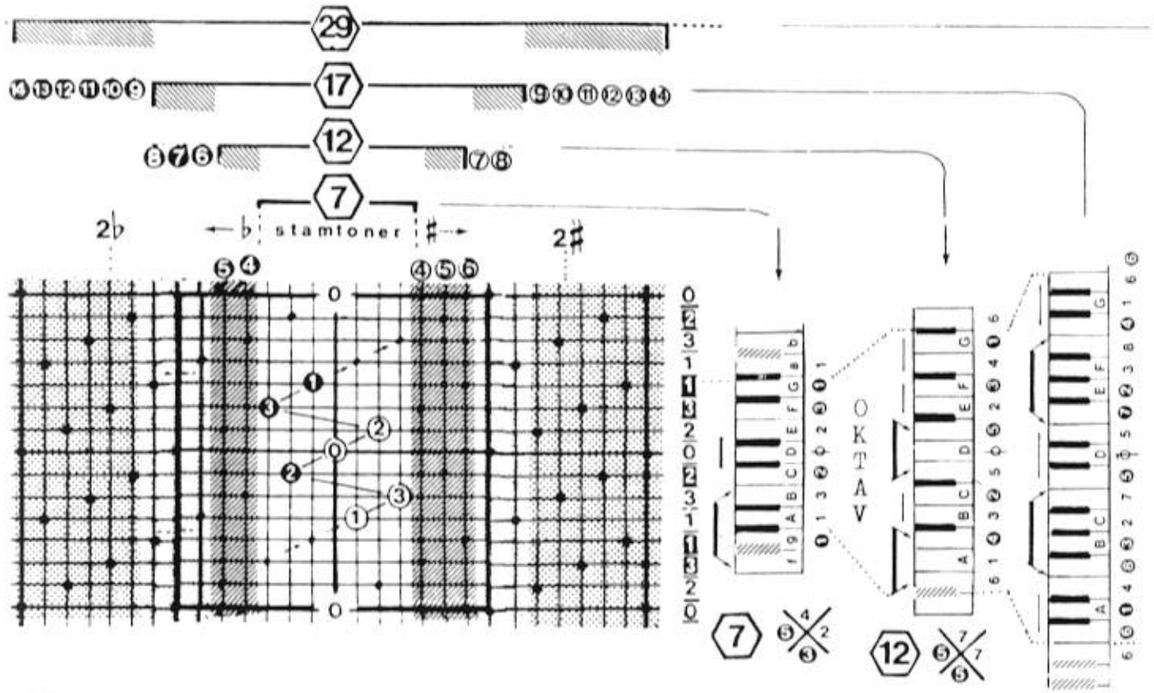
III: den rent aritmetiske tonalkode

IV: klaviatur for 17-tonalitetens 5'tabel. Tonaltabellen, det vil sige undertangenterne, svarer til planens /17/ tonale stamtoner, der afgrænses af de punkterede ♯/♭-områder. De strækker sig her til kvaliteterne +/-14, svarende til overtangenterne i tonalitetens klaviatur

V: Som helhed strækker planen sig ud til grænsen for 29-tonalitetens stamtonefelt. Det skraverede område indenfor dette felt svarer til det 17'tonale ♯/♭-område, der her er blevet 'stamtonaliseret', ganske som de skraverede yderdele af 17'stamtonefeltet svarer til ♯/♭-området for kvart/kvintsuitens 12-tonalitet etc.

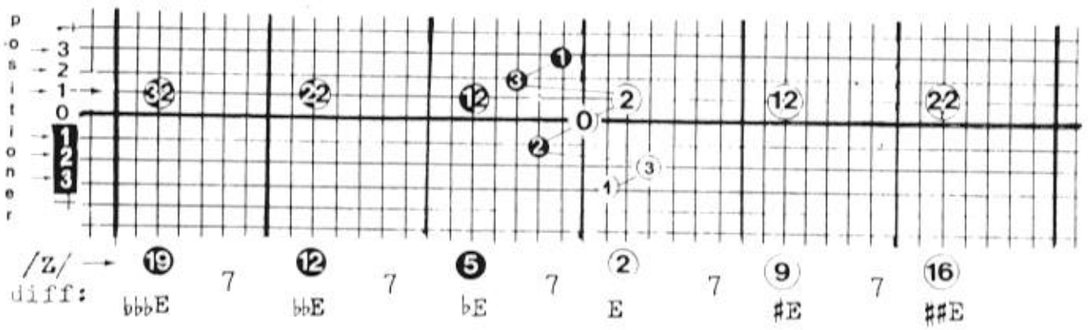
Tonalsuiternes indbyggede "kinesisk-æske-system" fremgår særlig tydeligt af denne analysetype, der vises med en serie analyser (II/17-3o), idet 7-tonaliteterne og deres suiteforløb igen tages som basis.

I exemplet (næste side) er der i 7-periodens tonalgeometriske plan for kvart/kvint-tonaliteten vist med skraverede og punkterede felter de ♯/♭-områder, der i tur og orden afgrænses af tonalsuitens 12-, 17- og 29-tonalitet, og til hver tonalitet er knyttet det adækvate klaviatur med angivelse af 7'tonalitetens stamtonepladser deri:



Af dette exempel og de tilsvarende analyser for alle 7-tonal suiter (ex.II/17-2o,etc.) fremgår, at udvidelser af planen og den givne punktstruktur i bredden hhv ad ♯- og ♭-siden kan foretages principielt til grænsen af enhver tonalstørrelse i suiten. Det betyder imidlertid ikke, at planet som sådan fuldgyldigt kan repræsentere en hvilken som helst af disse suite-tonaliteter. Ganske vist kan de vandretstående gradpunkter registreres i en fortsat talrække /Z/, hvis exakte indhold (grundlag for udregning af svingningstal) forbliver uforstyrret, men positionerne indenfor oktaven (i.e. de lodrette neutralpunkter) forøges ikke fordi plantredden udvides.

Alle tonale punkter på enhver vandret linje med fortsat notation i relation til tallinjen /Z/ refererer til den ene position, altså til det neutralpunkt i den tonale 0'tabel, linjen skærer. Således refereres der til én og samme position +1 med kvaliteterne, /Z/:



Talværdierne i rækken /Z/ meddeler exakt, hvor mange grader de enkelte kvaliteter afviger fra position +1 i 7'tonaliteten. Denne grad-angivelse vil også forblive konstant for netop denne kvalitet, uanset hvilken tonalitets-størrelse i suiten den indgår i blot med de aritmetiske fortegnsomvendinger, som finder sted efter de i suiteprincippet indbyggede regler. Det vil sige, at /Z/linjens kvalitet ⑲ også er 19 af /7/periodens minusgrader dybere end samme periodes neutralpunkt for position +1. Men ⑲ angiver ikke umiddelbart, at kvaliteten også er betydeligt dybere end 0'positionen. Her ses det af differencerne (diff.7) mellem /Z/linjens kvaliteter, at ⑲ er 3x7 grader, det vil sige 3 croma'er dybere end den numerisk mindste kvalitet, altså stamtonen +2 = tonen E. Med den musikalske notation af ⑲, tonen bbbE ses det bedre, at 3 b'er for E ikke alene er dybere end selve 0'tonen D, men endog et pythagoræisk komma dybere end bD (❼) og dermed 2 pythagoræiske komma'er dybere end ♯C (+5).*)

Her er croma- og dermed grad-størrelser så store og periodestørrelsen så lille (/7/), at transpositionerne på afgørende måde forrykker kvaliteternes relationer til tonalitetens positioner. I modsætning til de divisortonale transpositioner indenfor f.ex. /105/- og /119/perioden, hvor der kunne foretages hhv 35 totaltranspositioner af en tritonalitet (jfr. side 176) og 6 total-transpositioner af en /17/tonalitet uden at overskride den for en position givne interval-tolerance ($-2^{1:p}$).

Fastholdelsen af et tonalt talsystem tjener derfor kvalitative og ikke først og fremmest kvantitative forhold, selvom det kvantitative altid kan aflæses af systemet. Det <u>kvalitative</u>, som i denne sammenhæng fremgår af talsystemet /7/ er de <u>bevægelser</u>, altså transpositioner, som systemets p'ere giver oplysning om. Det kan ses f.ex. af de s. 155 givne exempler på transpositioner til hhv 4 faste ♯'er og 5 faste b'er. Et yderligere detaljeret exempel på transposition, der samtidig varierer og uddyber exemplerne s. 146 og 155 kan anføres med exemplet II/55

*) Det ses ved direkte musikalsk betragtning, idet det nu måtte være velkendt, at den til tonen D (0) énharmoniske tone bbE (⑫) er et pythagoræisk komma dybere end D. Derfor må også b(bbE) være samme komma dybere end b(D), og i sig selv er bD (❼) et pythagoræisk komma dybere end dens énharmoniske tone ♯C (+5). Et negativt komma har her differencen ⑫, derfor siger ligningen +5 -2·12 = -19, at bbbE (⑲) er 2 kommaer dybere end ♯C (+5).

Her er - på hver side af den stamtonale struktur - sat en ♯'transposition med ~~+14~~ (= <u>2;0</u> = ♯♯D) og en b'transposition med -⑫ (= <u>❷;2</u> = ♭♭E) som de yderste, det vil sige de numerisk største værdier. Det er disse yderværdier, der er påpeget anvendt i forskellige satser af Bachs "Wohltemperiertes Klavier" (jfr. "Enharmonik"). I analysen ses det også her, at 29-tonaliteten er den første i kvart/kvintsuiten, hvis klaviaturs stamtoner kan omfatte disse yderliggående transpositioner. Hver transposition er vist 2 gange i oktavforlængelse af hinanden. Tonepunkterne i den øverste er angivet med fortsat notation (jfr. /Z/), den underste i tonalt /7/talsystem, idet systemets p'ere er givet med planets cromalinjer mrk.med pile:↓↓ (jfr. /7/). Planets skraverede område - svarende til de 5 overtangenter i det 7'tonale 12-klaviatur - viser, at værdierne i begge transpositioner ligger hin-sides alle 12'tonale stamkvaliteter.

ad. /7/:

1'er notationen af transpositionernes tonepunkter har fuld gyldighed som gradangivelse, idet graderne refererer til"neutralpunkter" (positioner) på dén croma-linje (p'linje), som /7/talsystemets p'er angiver. Det vil sige, at ♯'transpositionens 1'er kvaliteter 1, 2, 3 også har tilsvarende positive grads-relationer til (neutral)positioner på <u>1. positive croma--linje</u> (-7'linjen), medens 1'er kvaliteterne ❸, ❷, ❶, 0 har tilsvarende <u>negative</u> (og "nul") <u>grads-relationer til 2. positive croma-linje</u> (-14'linjen). I tonal notation: mrk:↑

1;1	1;2	1;3	2;❸	2;❷	2;❶	2;0
♯ A	♯ E	♯ B	♯♯F	♯♯C	♯♯G	♯♯D

Her er det samlede antal faste ♯'er lig med 11. Og ♭'transpositionens enkro: <u>2</u> og <u>3</u> er de positive grads-relationer til <u>2.negative</u> altså (♭) croma-linje, medens 1 0 ❶ ❷ ❸ angiver grads-relationerne til 1. negative croma--linje (♭) - tonalt noteret:

❷;2	❷;3	❶;❸	❶;❷	❶;❶	❶;0	❶;1
♭♭E	♭♭B	♭ F	♭ C	♭ G	♭ D	♭ A

Det samlede antal faste b'er er her 9.

ad./Z/:

Den 7'tonale ♯'transponerede strukturs centrale tal er +11 (=2;-❶), medens ♭'transpositionens centrale tal er ❶ (=-1;-❷). Disse tal er kvantitative, idet de samtidig angiver antallet af de respektive tonearters faste fortegn, hhv 11 ♯'er og 9 ♭'er. Men /Z/talnotationen er også i sig selv at betragte som en 1'er notation i en adækvat kvart/kvintsuite-tonalitet, den allerede påpegede 29'tonalitet. I så fald er der i egentligste forstand ikke mere tale om transpositioner af en /7/tonalitet, men derimod om en undertonal delmængde af /29/tonalitetens stamtonemængde. Dette fremgår dels af /29/tonalitetens klaviatur, hvori heptatonaliteten og dens transpositioner forefindes som udvalgte stamtoner (tonale delmængder), dels af exemplets tonalgeometriske plan (ex.B) for /29/tonaliteten, hvori de respektive /7/tonale transpositioner er indtegnet*), idet de forbindende linjer her danner karakteristiske rette vinkler, dér hvor heptatonalitetens dia'intervaller mødes. Af fortegns-omvendingen i forholdet mellem /7/ og /29/tonalitet ses det, at de aritmetiske fortegn, anført i exemplet som /7/tonalitetens /Z/tallinje kun er betinget gyldige for suitens større tonaliteter, hvilket fremgår af alle de analyser, hvorién tonalitet er sat i focus i relation til andre af den pågældende tonalsuites tonaliteter, ex.II/17.

---

*)NB: I /29/tonaliteten er kvarten (4:3) og ikke kvinten (3:2) primært, det vil sige positivt generatorinterval. Derfor har fortegnsomvending fundet sted, således at /7/tonalitetens ♯'transposition ligger i /29/tonalitetens b'område, medens b'transpositionen ligger i ♯'området - jfr. ex.II/5-6.

I analyserne ex.II/17-30 , som er en variation af ex. II,4-14, er den 3. tonalitet i hver af /7/periodens 6 tonalsuiter sat i focus, svarende til planen for kvart/kvintsuitens 29'tonalitet. Suitens mindre tonaliteter, de tonale delmængder, står som klaviaturer til venstre for planen, medens klaviaturet for den tonalitet, hvori den focuserede tonalitet selv kan optræde som delmængde står yderst til højre.

Men idet enhver tonalitet som et sluttet og transponérbart hele kan sættes i focus i sin tonalsuite er den antagelse nærliggende, at suitens mindre tonaliteter eller karakteristiske udsnit, som kan være fuldgyldige repræsentanter for dem, også måtte få deres karakter eller funktion ændret, i og med at bevægelserne (transpositionerne) af deres lokale centrer indenfor den større tonalitets stamtonefelt ikke rokker ved (transponerer) hovedtonalitetens centrum.

At musikalske erfaringer kan underbygge denne antagelse skal vises i det følgende og dermed understrege,i hvor vid en udstrækning et fixeret tonalt talsystem er gyldigt. Deraf turde det også kunne ses - hvilket det er vigtigt at forstå - at tonale talsystemer kan fungere som et "Sesam, luk dig op...". Sådanne talsystemer svarer principielt til nodelinje-systemer, og med node-exempler (ex.I/26 og 27) er det vist, at for små systemer giver fortegnede indtryk af et musikalsk indhold. Det sker netop,fordi de for små systemer må bruge mange løse fortegn (i.e. systemets "10'ere") der indicerer, at der skulle være tale om fundamentale transpositioner, og hvad dermed er beslægtet ("cromatik"), hvor der i virkeligheden blot foregår lokale bevægelser ("diatonik").

Dersom det kan bekræftes musikalsk - og det skal forsøges i det følgende - at mindre tonaliteters transpositioner ændrer funktion og evt. karakter, hvor de, eller repræsentative udsnit af dem, optræder som tonale delmængder i større tonaliteter, kan det forhold få vidtrækkende betydning. I så fald må det nemlig være rimeligt at antage, at det fænomen ikke alene gælder få tilfælde blot i kvart/kvintsuiten, men at det må være et tonalt princip, gyldigt for tonaliteter i enhver suite. Dette måtte da kunne få afgørende betydning indenfor områder, udover de specifikt musikalske, hvor tonale (dvs intervalliske og dermed tidsmæssige) be-

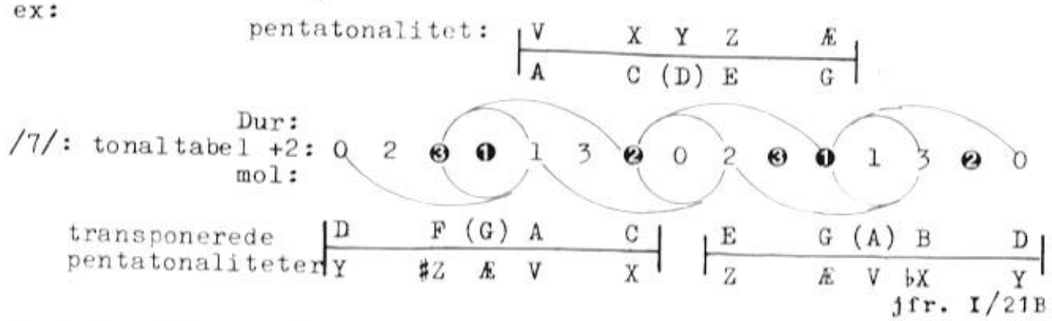
tragtninger kan gøres gældende og tonale lovmæssigheder måtte råde. Her skulle da det musikalske bekræfte nødvendigheden af at kunne fixere og anvende dét (tonale) talsystem, der helt adækvat kan beskrive et givet fænomen. Og til dette forhold hører f.ex. også, at identiske kvaliteter (dvs "toner", repræsenteret ved tal af samme kvantitative størrelse) kan være positive i nogle og negative i andre (tonale) sammenhænge (jfr. fortegnsskift i t tonale suiter).

Til belysning af spørgsmålet om mindre tonaliteters mulige musikalske karakter- eller funktionsændringer, hvor de optræder som delmængder i større tonaliteter, er kvart/kvintsuitens /5/-, /7/- og /12/tonaliteter relevante. Differencen mellem tonaliteternes størrelser - hhv 2 og 5 - svarer til de respektive klaviaturers antal af overtangenter x) og er dermed udtryk for det antal transpositioner eller bevægelser, en mindre tonalitet kan foretage indenfor den nærmest følgende suite-tonalitets stamtonefelt. Det vil sige, at pentatonaliteten med sine to nærmeste transpositioner (hhv 1# og 1b) er indbygget i heptatonaliteten. Det kan ses næste side med den/7/tonale skalalinje (+2'tabel), spændende over to oktaver, således at den stamtonale pentatonalitet er indklammet med sine kvaliteter, de heptatonalt noterede A C D E G, som svarer til de også andetsteds anførte(ex.I/15b) V X Y Z Æ midt i og ovenover skalalinjen, medens transpositionerne D F G A C
pentatonalt: Y #Z Æ V X

x) jfr. ex.I/49

er indklammet under skalalinjen ligesom E G A B D
pentatonalt: Z Æ V ♭X Y

ex:



jfr. I/21B

Pentatonalitetens karakteristika er en mol/Dur-klang omkring et centrum, markeret ovenfor med grafiske strukturtegn for hhv Dur: ⌒ og mol: ⌣.I exempel II/56 er de samme fænomener vist som tonalgeometriske strukturer, indtegnet i de to tonaliteters planer på hver side af de respektive tonaliteters nodelinje-systemer, hvorpå de dobbeltkønnede mol/Dur-klange er noteret. Her ses det tydeligt, at bevægelserne af den pentatonale struktur er klare transpositioner i /5/planerne, og sådan vil de være at opfatte i relation til ren pentatonal (overvejende enstemmig) musik, idet #/♭-retningerne i /5/tonaliteten, hvor kvarten (4:3) er positiv, også er modsat #/♭-retningerne i /7/tonaliteten.

I /7/planerne derimod, hvor /5/strukturen er en tonal delmængde, indgår de oprindelige transpositioner i et hele med en vis elementær spænding, velkendt som de tonale Dur/mol-kadencer:

tonal transposition har ændret karakter til tonal funktion! x)

Fra at være udtryk for en /5/tonalitet med de blot anede kontraktible celler (jfr. ex.I/5o), er treklangene blevet en helhed indenfor den /7/tonalitet med expansible celler, hvis karakteristikum er den store celles (tritonus') modsat rettede ledetonevirkninger - dem, der styrer de /7/tonale funktioner.

x) "tonal-funktion" referer her til det almindeligt musikteoretisk anvendte "funktions"-begreb med relation til f.ex."den tonale kadence"- T-S D-T, som en tonal funktion. NB.det må ikke forveksles med det videregående tonal-teoretiske begreb="tonal-periodens funktioner" jfr.s.165ff.

Det billede kan måske tillades til belysning af /5/- og /7/tonaliteternes indbyrdes forhold, at dersom denne /5/tonale struktur ses som en ind i sig selv sluttet blomsterknop, da er i /7/tonaliteten den tonale kadences hele,og hvad den står for rent musikalsk, som den udfoldede blomst.

På en principielt tilsvarende måde måtte heptatonaliteten med 5 af sine transpositioner kunne danne et funktionelt hele, men et sådant forhold er næppe erkendt på baggrund af dets egentlige væsen, selvom det er anet og - som en frigørelse af den senromantisk modulatoriske cromatik - udnyttet af mange komponister.

Det kan efterspores, bl.a. hvor fænomenet ytrer sig med de skarpe og hyppige toneartsdrejninger, der ikke følger modulatoriske veje grad for grad *). De almindelige heptatonalt modulatoriske spændinger kunne karakteriseres som (evt. stærkt) stigende og faldende tonale linje-virkninger. Men denne transpositionens vej fra og til de forskellige tonearter afløses i den større suite-tonalitet af afstandsvirkninger mellem samtidigt existerende tonale planer. Indenfor en større tonalitets (f.ex. 12'tonalitetens) rumlighed, kan der med nye virkninger springes fra det ene til det andet plan af tonale delmængder, det være sig transponerede penta- så vel som heptatonale grupper.

Særlig karakteristisk er dette fænomen, når sådanne indbyrdes "transponerede" tonale delmængder, som er tilstede i en større tonalitet, også manifesteres på samme tid som såkaldt polytonalitet. Et tidligt, meget frappant exempel på samtidighed af forskellige tonaliteter (hhv 5- og 7-tonaliteter) findes i marchen af A. Honeggers oratorium "Le Roi David" 1921/23 - jfr. ex.II/58

*) Meget markant forekommer sådanne skarpe tonale drejninger i værker af Prokofiev, og de kan spores i talrige kompositioner af nyklassicistisk art.

Heri forekommer samtidig indbyrdes transponerede elementer, der er karakteristiske udsnit af såvel penta- som heptatonalitet. I exemplets Y'del ses den tonalgeometriske struktur for hhv penta- og heptatonalitet, trukket op som tonale delmængder i det 12'tonale plan. Exemplet viser i noder de 5 på én gang optrædende 3'tone-motiver, hvoraf E) og B), resp. ♯F) og d) bygger på pentatonale og f) på heptatonale elementer, men ingen af motiverne udnytter alt stamtonematerialet i den tonalitet, de er runden af. Således dannes E) og B) - de parallelt løbende fanfaremotiver - af centrale trin indenfor ditonus, hhv D E ♯F og A B ♯C, medens motivet ♯F) omfatter dur-delen og d) mol-delen af de andre pentatonale strukturer. Basso-ostinato-motivet f) må - til trods for at det kun er et 3'tonemotiv - opfattes som udsnit af en heptatonalitet (f-mol/♭A-dur), eftersom det diatoniske halvtrin (♭A/G) først kan forekomme i heptatonalitet, medens begge treklangs-køn (♯F-dur, d-mol) og tonus-motivet (E og B) er hver for sig typiske pentatonale elementer. Udfor nodemotiverne ses de tonale strukturers placeringer i 12'tonalitetens plan -NB: motivet d) er amført en oktav dybere end node-exemplet og dets relation til de andre motiver af hensyn til en uafhængig placering i planet). Kvalitet 8 (i/12/talsystem noteret +1-4 = ♯A) er den eneste, der falder udenfor det 12'tonale stamtoneområde, hvorfor den som 12'tonal ♯-tone har sin plads på klaviaturets overtangent, mærket *). Under ét er 9 af de 12 stamtoner og 1 ♯-tone anvendt, men de fuldstændige undertonale strukturer, som motiverne er dele af, dækker hele 12'tonefeltet og rækker ind i både dets ♯- og ♭-område.

DET TONALE CELLE-PLAN

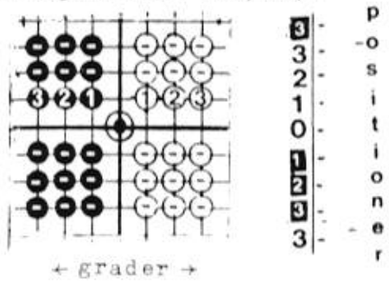
Fremfor at være et spørgsmål om almindelig teoretisk-analytisk oversigtlighed, drejer det sig her mere om den antagelse, *at tonale strukturer kan tænkes at have manifestationsformer, som realistisk afspejler de strukturer, hvormed f.ex. den tonale periodes sammenspil af tonaliteter anskueliggøres.*
Hvordan sådanne *manifestationsformer* måtte fremtræde, er ikke undersøgt. Men her sigtes til muligheder for fremtrædelsesformer, der principielt svarer til de akustiske realiteter, som naturtone-fænomenet ytrer sig igennem, det være sig f. ex.instrumentaltoners individuelle klangfarveforhold eller flageolet-fænomener og lignende, der kan føres tilbage til svingningstalasmæssige, dynamiske relationer mellem de i en klang(søjle) og på et givet (grund)tonefundament uvilkårligt dannede naturtoner.

Sådanne fænomener kan henføres til forhold mellem svingningstal i naturlige tals rækkefølge (1:2:3:4:5....), når tonen er *ideal*, eller udsnit deraf, f.ex.blot de u l i g e overtoner (1:3:5:7...). Det kunne karakteriseres som forhold mellem det fysisk virkende konkrete tone-p u n k t (det nul'dimensionale)og dets psykisk registrérbare, immanente tonelinje(overtoner, dvs det 1'dimensionale). Som analogi hertil måtte svare forhold mellem 1' og 2'dimensionale, tonale fænomener.
Et sådant tonalt motiveret 1'dimensionalt fænomen må være den tonale l i n j e: *tonaliteten*, og hvad der for tone-p u n k t e t ytrer sig med overtone-svingningstallene 1,2,3,4,5... måtte for tonaliteten (l i n j e n) manifestere sig med den *tonale celle*: 1'cellen, 2', 3', 4'....n'cellen, som netop er linjens (tonalitetens) nærmeste *mindre enheder*. Det vil sige, at der - i denne analogi - til 1'cellen må være knyttet linjer med 2, 3...n celler, altså tonaliteter indenfor den af adækvate forhold givne tonale periode med hhv 2', 3'...n'tabeller, idet der til tabelstørrelse svarer antal af tonale celler (jfr. s.88ff. Og ligesom der i en tones overtoneklangsøjle kan være undertrykte eller ligefrem udeladt f.ex l i g e deltoner jfr. , klarinettonen, sådan må i en periode af l i g e størrelse og-så de l i g e tonaliteter udgå idet de er *divisor-tonaliteter* (jfr. s.113og174) *

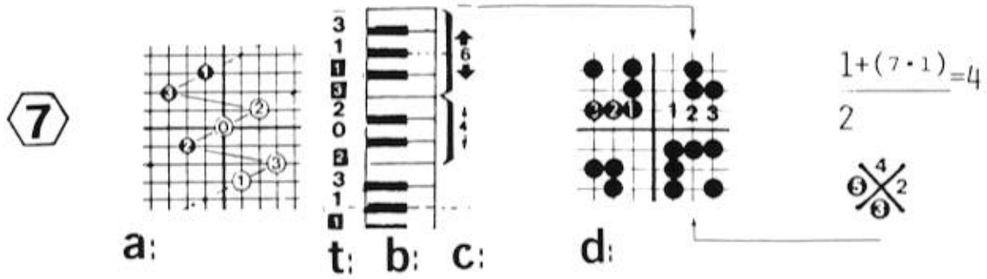
*)Et sådant samhørighedsforhold mellem tonale linjer (tonaliteter) er jo betragtet som en given ting i tonalteorien, hvor kriteriet for en periode med dens p tonaliteter er, at de p positive og p negative generator-intervaller sammenlagt danner p oktaver (ex.15,II x), altså $2^{p:1}$, således at de af generatorintervallet frembragte p kvaliteter efter deres omgruppering indenfor en oktav i tonal-tabellernes orden med deres respektive *grader* forholder sig som positive/-negative grad-afvigelser fra interval-enheder indenfor 1 oktav, der er bestemt af intervallet $2^{1:p}$. Det er dette forhold, der med /7/periodens komplementærintervaller er illustreret med ex. 15,II x og det er værd at gøre klart, at det er reciprokke tal (p:1 og 1:p), der er exponenter for oktavsvingningstallet 2 ($2^{p:1}$ og $2^{1:p}$, således at det første omfatter de komplementære generatorintervallers sum af oktaver (p), medens det andet angiver den interval-d e l af en oktav (1:p), som en given tonalitets *croma konvergerer imod* af infinitum men aldrig kan være lig med.

x) ex. I/41

Helheden af tonaliteter, f.ex. indenfor /7/perioden, er givet med samtlige den tonalgeometriske plans punkter(jfr.også side 153/54).

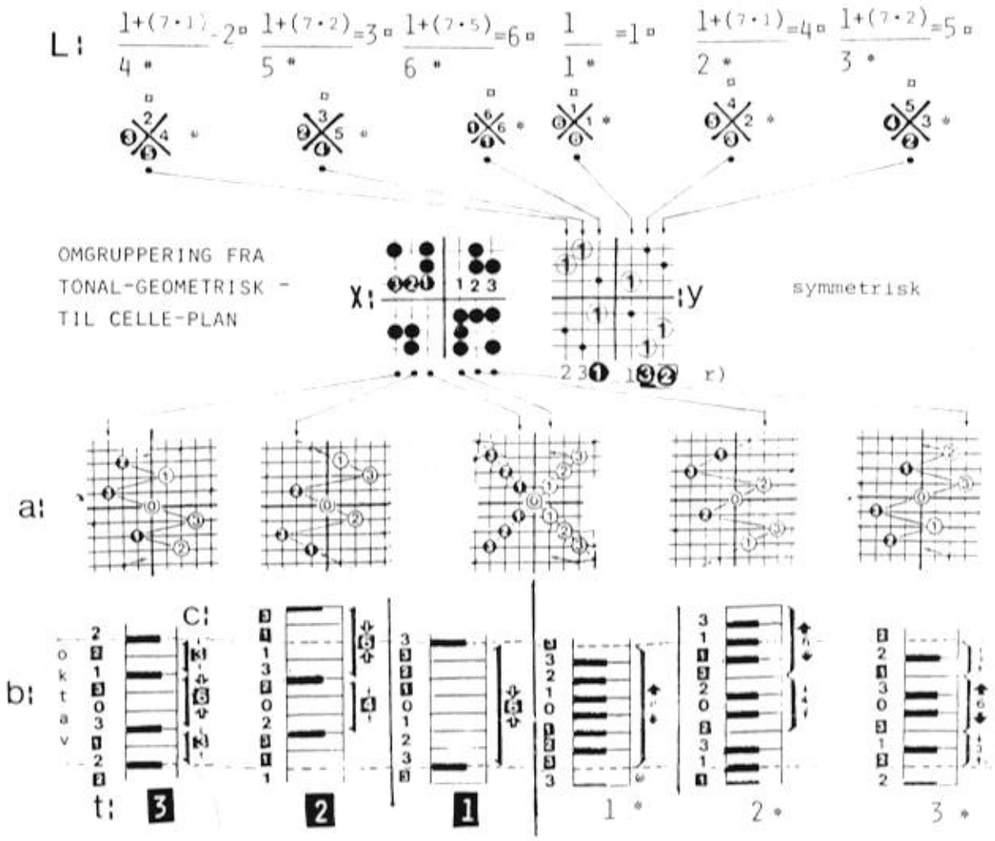


Medens denne helhed repræsenterer alle positive/negative gradsafvigende punkter i relation til O'kvaliteterne og O'tonen, så giver den ikke direkte udtryk for de enkelte tonaliteters og deres tonale cellers indbyrdes forhold og struktur.
I et lignende tonalgeometrisk plan kan de enkelte tonaliteters strukturer fremhæves, som det her er gjort i forskellig sammenhæng. Således har kvart/kvint-heptatonaliteten den nu velkendte tonalgeometriske struktur som i ex. a)



Til strukturen a) svarer tonaltabellen t) og klaviaturanalysen b) med markering af tonaliteternes celler c), idet celletallene 6 og 4 angiver summen af grader, hvilket svarer til summen af cellernes dia-differencer (6=3·2 , 4=2·2), og denne sum er et konkret udtryk for det antal +/-grader cellen er større end/mindre end det neutral-interval,cellen står i relation til. Dersom tonaltabellen *stiliseres*, således at *kun* de enkelte kvaliteters *fortegn* og ikke deres konkrete (grad)t a l fremhæves, da vil enhver tonlitets således markerede lodrette linje også være et direkte udtryk for tonalitetens (antal af) tonale celler, idet planets almindelige skæringspunkter angiver positive, medens sorte cirkelfelter angiver negative kvaliteter(ex.d).(Det skal her pointeres, at der til én positiv (expansibel) celle hører en sammenhæng (nedefra) af negative/positive punkter: | + ↑ / + / o / − ↓
og omvendt for en negativ (kontraktibel) celle: | − ↓ / − / o / + ↑
idet positive tabeller også refererer til expansible og negative tabeller til kontraktible celler.
Et sammenhængende billede af en periodes tonaliteter og deres celler kan derfor gives som i exemplet næste side hvor der på hver side af en /7/periodes konturløse, neutraltonale lodrette linje er stillet de seks regulære tonaliteters linjer i rækkefølge fra 3tabel til 3'tabel (ex. x)) med reference til de tonalgeometriske strukturer a) og de klaviatur-strukturer b) og tonaltabeller t), der svarer

til hver enkelt tonalitet, medens y) er en markering kun af de positive generatorintervallers (+1) positioner i planen, idet positionernes tal r) er reciprokke til tonaltabellernes tal i x), og ligningerne L) viser den konkrete udregning af den positive reciprokke til ethvert af tonalkodernes tal:



I analysen ex.II/61 er de samme tonalstrukturer også sammenstillet i en rækkefølge, der er betinget af den position, det positive generatorinterval (kvalitet +1) har i den tonale linje (ex.Y). Det vil sige, at der til positionerne (for +1) hhv: **3** **2** **1** 0 1 2 3 svarer tonaltabeller på disse reciprokke: 2 3 **1** 0 1 **3** **2**

Dette medfører et samlet plan af tonaliteters cellestrukturer, som er a-symmetrisk, hvad angår de respektive +/ og -/punkters indbyrdes relationer omkring planens diagonal i modsætning til ex.B som er klart symmetrisk omkring diagonalerne.

Dette forhold bliver desto tydeligere, jo større en tonalperiode, der illustreres på denne måde, som det ses af den tilsvarende analyse, ex. II/60,59 hvor der dannes en asymmetrisk cellestrukturel plan (ex.A) idet rækkefølgen af tonale cellelinjer betinges af generatorintervallernes successivt stigende (faldende) positioner (ex. A,Y), medens celleplanets struktur er klart symmetrisk omkring diagonalerne i ex. B,X *)

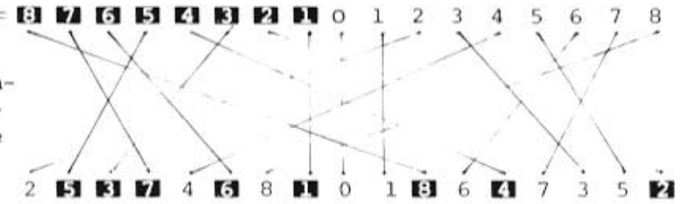
Exemplerne X) og Y) illustrerer samtidig, hvordan en lineær rækkefølge af generatorinterval-positioner (hhv II/59A og II/60A) medfører en reciprok rækkefølge af tonaltabeller og omvendt med hensyn til en lineær rækkefølge af tonaltabeller. (ex.II).

Af ex.II i begge analyser ses det, at hele planets højre halvdel ifølge sagens natur omfatter tonaliteterne med expansible celler (positive tonaltabeller), medens venstre halvdel omfatter tonaliteterne med kontraktible celler (negative tonaltabeller), og dette understreges yderligere af tonaliteternes klaviaturstrukturer. Dette er så at sige det 2'dimensionale sidestykke til den 1'dimensionale tonale +1'tabel, idet der til tabellens positive/negative kvaliteter svarer positive/negative tabeller. Medens der til den enkelte tonalitets kvalitetstal svarer tonale +/- **grader**, så svarer der til den enkelte tonalitets t a b e l-tal antallet af celler i celleplanens enkelte linjer. På den baggrund ses det, at ikke den enkelte tonalitet, men det fuldstændige tonalitets-*plan* er at opfatte som en helhed. Strukturen af denne helhed, der så smukt udtrykkes med planens symmetriske mønster har som forudsætning, at cellerne er ordnet lineært, eller rettere sagt ordnet som en tonal 1'tabel, hvilket for /17/periodens vedkommende medfører en rækkfølge af celle-antal, der svarer til følgende 1'tabel, idet negative tal refererer til kontraktible og positive til expansible celler:

---

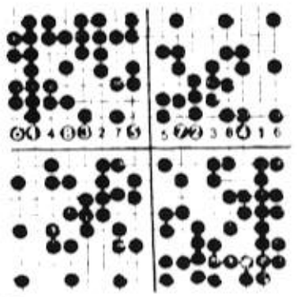
*) Med relation til redegørelsen for det reciprokke forhold mellem generatorintervallers positioner og tonaltabellens størrelse er der for hver tonalitets kode anført den ligning (ex. L), hvormed den reciprokke til ethvert tonalkodetal er udregnet. Både i ex.II/59 og II/60-61 er ligningerne udregnet med positive kvotienter, det vil sige, at det overalt er positive multipla af p (hhv multipla af /7/ og af /17/), som er *lånt* for at kunne gennemføre divisionen med heltallig kvotient. Der kunne naturligvis i alle tilfælde også være l å n t multipla af negative p, eller ifølge tonal praksis netop de multipla af positive, respektive negative p, som giver en kvotient, der numerisk er mindre end periodens ½'tal (halvperiode-tal), nemlig mindre end $\frac{p-1}{2}$ Således kunne /7/periodens $\frac{1+(7\cdot 5)}{6}=6$, lige så godt have været dette: $\frac{1+(-7)}{6}=-1$, idet 6=-1 modulo /7/. Tilsvarende exempler i ex. II/60-59 findes, hvor den reciprokke er identisk med de *tonale brøker* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$, for hvis udregning der kun behøves lån af -17·1.NB: De her meddelte exempler fra /17/perioden omfatter kun dem, der svarer til positive tonaltabeller (1.....8) ex. B ,X og deres reciprokke tabeltal, ex. A,X.

antal -/+ celler = 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 og disse celleantal findes i tonaliteter, betinget af generatorintervaller med disse (reciprokke)positionstal: 2 5 3 7 4 6 8 1 0 1 8 6 4 7 3 5 2

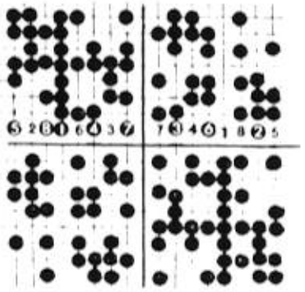


På denne måde er planet at opfatte strukturelt som et 1'*plan* i lighed med *linjen*, den 1'tabellariske tonalitet. Således gives der da også et 2'plan, analogt en 2'tabellarisk tonalitet, og dermed kan der dannes symmetriske planstrukturer af tonale linjer i plan-ordener, der svarer til enhver mulig tonal-tabel - her, exempler på /17/periodens 5' og 7'plan:

ex.I



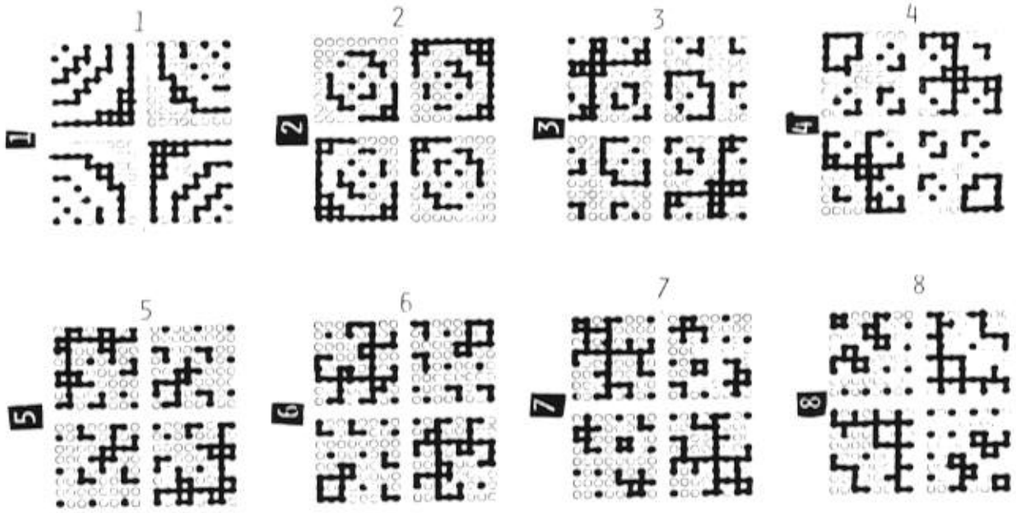
5'plan



7'plan

Den plansymmetri, der følger af de tonale linjers tabellariske orden bliver desto tydeligere, jo kraftigere de sorte (negative) punkter i planen trækkes op som i exemplet nedenfor med de otte af /17/periodens planer, ordnet i relation til periodens otte positive tonaltabeller. Når planerne drejes 90^0 omkring centrum, svarer det til en orden efter negative tonaltabeller - jfr.planernes positive/negative numre:

ex.II/64



Den vandrette og lodrette 0'linje - svarende til et koordinatplans x' og y'akser - deler enhver celleplan i fire kvadranter, der kan kaldes:

b	d
p	q

De indeholder visse helhedstræk som f.ex. at alle kvadranter er strukturelt identiske, dannende et fuldstændigt symmetrisk hele med spejlvendte men også fortegnsomvendte kvadranter omkring 0'akserne og med ligeledes spejlvendte men fortegnsidentiske strukturer omkring diagonalerne. Det ses også umiddelbart af exemplernes fremhævede negative kvaliteter, at de - diagonalt for hinanden stående - kvadranter, der indeholder den tonale l'tabels negative kvaliteter også som helhed er *negativt dominerede*, altså har flere negative end positive kvaliteter i kvadranten. Der findes en simpel regel for, hvilke fortegn, der dominerer givne kvadrantpar i periodens respektive planer:

	d
p	

er domineret af det samme fortegn, som er givet for den numerisk mindste reciprokke til celleplanets nummer.

Således ses det af exempel II/64, at kvadranterne

	d
p	

i plannumrene:

1	2	3	4	5	6	7	8
+	-	+	-	+	+	+	-

er domineret af følgende fortegn:.....

og det er netop fortegnene for de samme positive tals reciprokke i /17/perioden: 1 8 6 4 7 3 5 2

Derfor vil dominanserne for samme kvadranter i planerne med negativ nummerering ifølge sagens natur være givet med de omvendte fortegn.

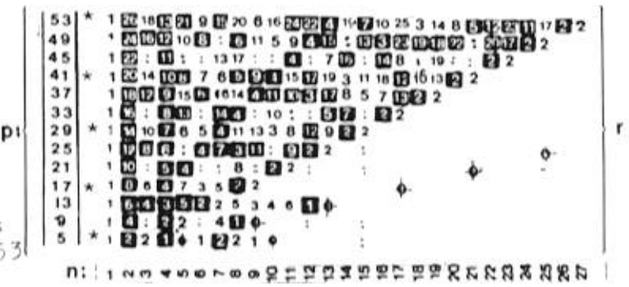
Idet den neutrale 0'kvalitet og dermed 0,linjerne ikke medregnes betyder det, at en kvadrant rummer 64 (8^2) +/-'kvaliteter, og de fordeler sig i de 8 planers kvadrant | d således:

plan nr:	1	2	3	4	5	6	7	8
antal +'kvaliteter:.....	40	26	38	28	38	36	36	30
" -'kvaliteter:	24	38	26	36	26	28	28	34
fortegns-dominans:.....	+	-	+	-	+	+	+	-

Det er muligt, at sådanne detaljer kan have en vis betydning, f.ex. hvad angår bestemmelse af positiv og negativ *ladningstæthed* indenfor fænomener, der måtte kunne belyses med eller direkte forklares af en sådan tonal geometri. I denne sammenhæng kan der henvises til oversigten over reciprokke i ulige perioders tonalkoder (ex.I/38), hvoraf enkelte skal meddeles nedenfor, idet der - som nævnt - til plannumrene (n) for enhver anført periode (p) svarer, at kvadranterne p| d er domineret af netop de fortegn, som er givet for den reciprokke, r):

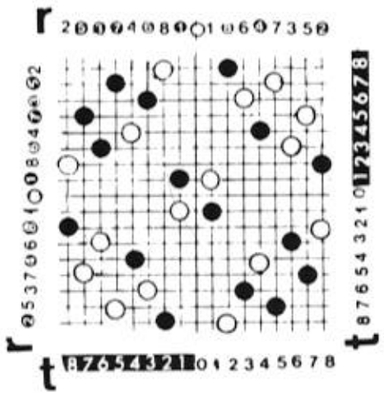
fra p17 er kun anført halvdelen af de reciprokke idet 2.halvdel har de omvendte fortegn

*) jfr.kvart/kvint suitens tonaliteter 5/17/29/41/53



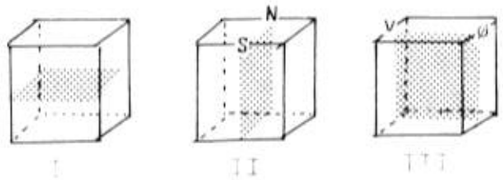
FORENKLING AF PLANSTRUKTUREN

Det kan tænkes nødvendigt at søge en forenkling af celleplanerne, hvis strukturelle detaljer for større og større perioder kan blive enormt rige og i givne tilfælde for uoverskuelige. En sådan forenkling kan foretages, idet der strukturelt kun markeres repræsentanterne for hver tonale linje, det vil sige *positionerne* for generatorintervallerne, kvaliteterne +/-1, hvor de måtte forekomme i de respektive planer. Et sådant forenklet celleplan, 1'planet, ses af exemplerne nedenfor på siden. Når planet drejes 90° omkring sit centrum svarer fortegnsfordelingen til [redacted]' planet, idet talrækkerne t) angiver den tabellariske orden, tonaltabellerne er opstillet efter, her 1' og [redacted]'tabel, medens talrækkerne r) over planet angiver positionerne for de respektive tonaliteters generatorintervaller, kvalitet +1, og det er de tal, der er reciprokke til den pågældende tonalitets tabeltal nedenfor:



I analysen, II/64 er /17/periodens på denne måde forenklede planer stillet sammen med de 2·8 tilsvarende detaljerede celleplaner. Planernes symmetriske strukturer er åbenbare, og det er let at indse, at disse planer også må danne et gennemsymmetrisk hele, idet de lægges over (under) hinanden på hver side af et 0'plan i en kubus. Deri er der fuldkommen balance mellem positive, negative og neutrale elementer, og de symmetriske planstrukturer vil finde deres adækvate pladser i en sådan kubus, hvadenten planet afdækkes ved lodrette snit i kuben vest.....øst og nord : syd eller ved vandret snit, som exemplet illustrerer:

III II I



Ved rumlig anskueliggørelse af en sådan (mindre) tonal-kube er det netop, at forenklingen af planerne kan være *til nytte*, idet den ellers kompakte kubiske symmetri med 17 planer á 17^2 enheder af tonalpunkter (ialt 4913 enheder) kan reduceres til 16 planer á 4·8 generatorinterval-enheder (ialt 512, nemlig hver tonalitets kvaliteter 1 og [redacted], jfr. evt. foto-exempel af en sådan kubisk model med disse tonalt motiverede konfigurationer).

For at føre en sådan fremgangsmåde til en tonalt konsekvent konklusion må det - analogt *linjernes* tonal-tabellariske orden, der medfører de forskellige symmetriske *plan*-strukturer - iagttages, at også *planerne* kan ordnes efter tonaltabellariske retningslinjer til en række gennemsymmetriske, forskelligt strukturerede kuber, idet kuberne da nummereres med dét tabel-tal, hvorefter planerne er ordnet.*)

Disse klare symmetri-forhold er betinget af den gennemført tonaltabellariske orden (rækkefølge) af tonaliteterne (linjerne) og celleplanerne! Men som vist i ex.II/61A og II/60A kan også en anden orden motiveres, nemlig den der er betinget af tabellariske rækkefølger af det positive generatorintervals positioner. s.100-200

Af de to exempler fremgår, at celleplaner, ordnet på denne måde giver en tilsyneladende diffus, a-symmetrisk struktur, som følge af tonaltabellernes af den grund reciprokke orden, selvom nabo-kvadranter - b,d / d,q / q,p / og p,b - ifølge sagens natur er hinandens spejlvendinger med omvendte fortegn. Imidlertid må disse forhold overvejes, dersom man vil forestille sig muligheder for sådanne tonale konfigurationsrum, følgende det platoniske råd: at gå frem på en måde, der stemmer med sagens natur, og sagen er tonalitet, hvorfor fremgangsmåderne også motiveres t o n a l t.

Derfor kan der til belysning af de mere og mere komplexe strukturer være grund til igen at pege på visse fundamentale træk for hhv *tone* og (generator)*interval*. I n t e r v a l l e t - den fixerede relation mellem tidsenhed og (periodiseret) bevægelse (svingning) - er givetvis *andet og mere end to gange tone*. Og det giver fænomenerne perspektiv, at mærke sig *ligheder* (identiteter) og *forskelle* mellem *enhed* og *flerhed* (tohed), altså mellem *tone* og *interval*.

---

*) Det mulige antal af sådanne (regulære) tonal-kuber svarer til det antal regulære tonaliteter, en periode rummer (jfr. s.115). Det er igen afhængigt af, om periode-tallet er *primtal* eller *sammensat tal*. Analogt regulære og divisor-tonaliteter kan der tales om og konstrueres regulære og divisoriske planer respektive kuber. Da /17/perioden netop er en *primtal*-periode betyder det, at der kan dannes 17-1 autent. kuber, hvoraf de 8 positivt nummererede ved en drejning (en tonal funktion) er strukturelt identiske med de negativt nummererede.

Det helt afgørende er:

- at *enheden* , tonen, samtidig e r en *flerhed*, naturtonerne og deres intervalforhold, hvis relationer mellem enhederne igen deler sig i den fundamentale flerhed, der er tveheden af *identitet* (oktav-princip) og *forskellighed* (ikke-identiteter, f.ex. generator-intervaller), udtrykt som princip alene med naturtone-flerhedens forhold: oktav .....identitet
  1 : 2 : 3
  kvint.....forskellighed

- at enheden (generator)*interval*, indebærer en flerhed, *tonalitet*, hvis oprindelige tone-enheder grupperer sig i *celle-enheder*. Men ligesom tonens natur af flerheder principielt rækker uendeligt udover de fundamentale forhold 1:2:3 (4:5:6:7...n-1:n), sådan rækker generator-intervallet som frembringer principielt til uendelige antal tonaliteter i *tonalsuiten*;

- at enheden*tonalitet* igennem sit *croma* er strukturelt direkte forbundet med flerheden af tonaliteter, *perioden p*, hvis *celle-enheder* igen motiverer en tonalt ordnet samhørighed i *planer*, således...

- at enheden *celle-plan* indicerer en af tonale grupperingsprincipper (tonaltabellariske) bestemt orden, som i idealiseret skikkelse tager form af tonale *kuber* på den måde,...

- at enheden *tonal-kube*, bestandigt følgende iboende tonale (dvs naturlige tals strukturelle) principper, må indgå i et multi-dimensionalt konfigurationsrum, som analytisk kan og m å redes ud i et utal af flerheder, der dog slutter sig sammen ad infinitum i tonens, enhedens fundamentalt tonale principper.

Det er på en sådan baggrund rimeligt at tillægge den tonaltabellariske orden af en periodes generator-intervallers positioner en vis betydning og dermed skærpe sin forestillingsevne om konsekvenser, det kan have for planers og kubers strukturer. Således ses det af ex.II/61a,γ og II/60γ,at celleplanens orden af generatorintervaller (kvalitet +1) svarer til strukturen for den tonalgeometriske plans +1'tabellariske tonalitet. At ordne generatorintervallernes positioner efter tonal-teoretisk 2'tabel medfører naturligvis en fordeling af +/-'1 kvaliteternes punkter i celleplanen, der svarer til den tonal-geometriske plans 2'tabellariske tonalitet, og sådan fremdeles. Det svarer netop til de plan-strukturer, II/61aII/60-61a,der ses at korrespondere med celleplanens tuelle punkt-linjer (ex. II/59ηa,II/60a,59η)

På denne måde kan de almindelige tonalgeometriske planer ses som modeller af de forenklede celleplan-strukturer, der har denne orden af generatorinterval-positionerne som forudsætning. Når dette ses i forbindelse med analyserne af de tonalgeometriske strukturer (jfr. II/37.), bliver det klart, at generatorintervallernes imaginære forbindelseslinjer i planen deler enhver plan op i hhv 2, 3, 4, 5...p-1 dele (jfr. ex./38). Det vil igen sige, at de fire tal i enhver tabels

tonalkode her også kan tages som udtryk for de fire deleligheds-muligheder langs +1'kvaliteternes (imaginære forbindelses-)linjer, som ethvert sådant plan rummer mulighed for via de tonalgeometriske funktioner (jfr. s.165ff) Det er bl.a. sådanne fænomener, der går ind under begrebet tonal geometri. Imidlertid må det fastholdes, at de tonale celleplaner linje for linje også er at opfatte som dynamiske, forstået på den måde, at cellerne - expansible og kontraktible - er at betragte som udtryk for tonallinjernes (tonaliteternes) immanente bevægelses-tendens med deraf følgende latente bevægelse ud i hele planen og dennes , tonalt motiverede og principielt tilsvarende *sammenspil* med de øvrige planer.

Her er selvsagt tale om meget komplexe forhold, som det formodentlig ville være umuligt at danne sig disse konkrete forestillinger om, dersom man - uden den tonalt motiverede viden - skulle kunne blive konfronteret med manifestationsformer (f.ex. energifænomener, atomare, kemiske eller krystallisk prægede strukturdannelser, eller andet), der principielt måtte have tonal struktur som forudsætning, det vil sige være betinget af principielt h e l t a l l i g e konfigurationer og deleligheds-fænomener, sådan som de ytrer sig ved tonal illustration. Hermed understreges den hypotese, at der kan være en direkte strukturel overensstemmelse mellem selve de talmæssige strukturer, som genspejler tonalteoriens inderste væsen, og - under visse tids-intervalliske forhold - de fysiske manifestationsformer som *stoffet* strukturerer sig i.

OVERORDNEDE TONALITETER.

I sammenhæng med periodernes celle-fænomener og strukturer skal her fremdrages det tonale suite-fænomen, hvis følge af tonaliteter er betinget af ét klart fixeret generatorinterval, f.ex. det elementæreste fra naturtonerækken, de komplementære kvint (3:2) og kvart (4:3). Det er gang på gang fremhævet, hvilke tonalitetsstørrelser kvart/kvintsuiten gennemløber fra og med /7/- og /12/tonaliteterne, nemlig /17/-, /29/-, /41/- og /53/-tonaliteterne hvis tonaltabeller er hhv 5, [illegible] ,[illegible], 12 * Det er netop tonaltabel-tallene, der giver oplysninger om givne tonaliteters antal af celler og disses egenskaber af *expansible* og *kontraktible*.

Her kan da den hypotese fremsættes, at det er tonaltabellerne i en suite, der er bestemmende for planernes respektive kubernes symmetriske strukturer i relation til suiteforløbet, medens generatorintervallernes positioner er bestemmende for asymmetriske plan- og kube-strukturer. Begge strukturelle former må ses som lige betydelige udtryk for en tonalitet med dens relationer til en periodes

---

*jfr. TONALE SUITER, ex.II/1-16

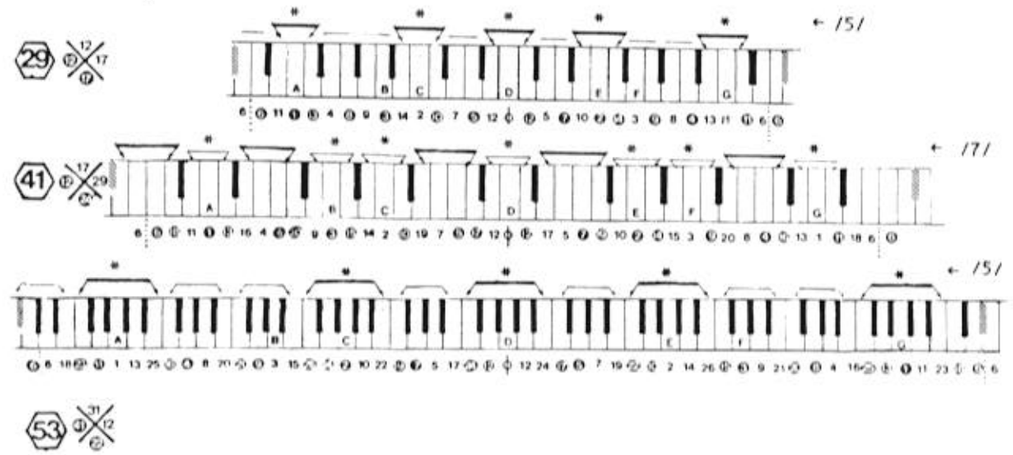
tonaliteter. I deres rene former er disse strukturer enten asymmetriske eller symmetriske, men der kan også tænkes konstruktionsmuligheder, som forbinder de to principper, idet hver enkelt p l a n kunne være symmetrisk, saaledes at tonaliteterne - f.ex. repræsenteret ved deres generatorintervaller - er ordnet efter tonaltabellarisk princip, medens kubens rækkefølge af sådanne symmetriske planer kan bestemmes af de reciprokke til et givet tonaltabellarisk forløb. Her er - som ved strukturering af mange andre tonalteoretiske sammenhænge - et spillerum for fantasien på baggrund af det platoniske råd angående vigtigheden af, at man går frem på en måde, der er i overensstemmelse med sagens natur. Som illustration af den stilling i celleplanernes helheder, kvart/-kvint-suitens tonaliteter indtager ses analyserne II/65-70..hvor /29/, /41/ og /53/periodernes celleplaner er draget frem. I ex./66. er kvart/kvint-tonaliteternes linjer trukket ud af strukturerne, der dannes med de 1'planer, som har så karakteristisk klare *kontraktible* (venstre) *expansible* (højre) sider. /29/ og /41/tonalitets-linjerne med deres *negative* tonaltabeller (⑫) har pladser i de kontraktible sider; /53/tonaliteten med sin positive tonaltabel (12) derimod i den expansible side af planet.

Imidlertid er den antagelse gjort gældende, at der kan være særlige kriterier for, at det tonale celleplan (resp. kuberne) struktureres f.ex. på basis af tonallinjer (tabeller) i den rækkefølge, der stiller tabel-tallene i den givne tonaltabels orden. Det vil for de tre ovennævnte /12/tabellariske tonaliteter betyde, at disse tonaliteter står først som O'linjens højre nabo og dermed betinger /29/, /41/ og /53/planernes strukturer, sådan som det er vist i analysen ex./65/66/70. I analysen er fremhævet en detalje med de af tonaliteternes celler, der består af et ulige antal kvaliteter, hvad O'kvalitetens celle ifølge sagens natur altid har. Sådanne celler har hver en centrums-kvalitet til forskel fra celler med et lige antal kvaliteter - og i forhold til det centrum expanderer eller kontrakterer cellen. Det er den numeriske tabelstørrelse (12), der siger, hvor mange celler tonaliteten rummer, og det betyder, at /29/tonaliteten indeholder 5 /3/celler; /41/tonaliteten har 7 /3/celler og /53/tonaliteten 5 /5/celler. Her er da dét karakteristiske træk fremhævet, at centrene i disse ulige celler alle er tonalitetens numerisk mindste kvaliteter, og det betyder derfor, at disse centre alene udgør kvart/kvintsuitens *pentatonalitet* i /29/ og /53/ og *heptatonalitet* i /41/. Sådan er det altid en tonalsuites tidligere tonaliteters kvaliteter, hvorom de større u l i g e cellers kvaliteter lejrer sig, når tonaltabellen er numerisk lig med eller større end 3.

Det er dette forhold, der illustreres så selvfølgeligt af klaviaturstrukturerne for de tonale suiter (ex./1-16), netop hvor suiternes succession er betinget af relativt *store* croma'er. Det medfører nemlig dels, at tonaltabellen forbliver den samme, *negative* tabel for en længere række af de på hinanden følgende suite-tonaliteter, dels at komplementær-tonaliteten - altså klaviaturets *overtangenter* - som følge deraf forbliver konstant. Det sker, fordi tallet for tilvæksten på enhver tonalitet i dette forløb er identisk med både det numeriske (negative) tabeltal og med antallet af *overtangenter*.

Den enkle konklusion heraf er, at hver celle øges med *en* kvalitet fra tonalitet til tonalitet i et sådant forløb. Men fordelingen indenfor en oktav af hhv *ulige* og *lige* celler er altid betinget af, at O'kvaliteten tilhører ulige celler. Deraf kommer det forhold, at /29/ og /53/ har *pentatonalitet* /5/ medens /41/tonaliteten har *heptatonalitet* /7/ som overordnet tonalitet, markeret af de ulige cellers centrum-kvaliteter, sådan som klaviaturstrukturerne viser det i kvart/kvintsuiten (jfr. *):

ex:



Tilsvarende forløb ses af ex. TONALE SUITER II/8·/26/,/37/...II/10:/17/, /27/,/37/. eller II/12:/16/,/25/,/34/,/43/....

Tonaliteterne i sådanne *celleudfyldnings-forløb* er - bortset fra dem, der begynder og slutter forløbet - *extreme* (jfr. s.98?). Her er det da væsentligt at bemærke, at de t o størrelser af celler - hhv *ulige* > *lige* og *lige* > *ulige* - har karakter af dia/+-/'intervaller, der successive findeles af det for alle tonaliteterne adækvate og fælles dia/-/'interval. D e to *komplementære* tonalitets-størrelser, som *centrene* i disse *ulige* celler på denne måde refererer til, kan betragtes som de *extreme* tonaliteters *overordnede hovedtyper*. Og disse hovedtyper svarer altid til suitens foregående *regulære* og dermed *komplementære* tonaliteter. I kvart/kvint-suiten er et sådant *regulær/komplementært par* netop /5/ og /7/ i /12/tonaliteten eller /12/ og /41/ i /53/tonaliteten etc. Det vil sige, at disse par er *hovedtyper* i alle de tonaliteter i suiten, hvis tabeller numerisk er resp. 12' og 53'tabeller. Nedenfor meddeles oversigter over enkelte sådanne forløb fra exemplerne TONALE SUITER; II/5o67:

II/5 Tonale hovedtyper /5/ og /7/, jfr. b), tonal-tabel -/+12 jfr. a):

a) tonal-tabel:	b) antal celler:		c) enheder pr celle:	d) enheder ialt:	e) tonalitets-størrelse:
-12	5 7	*	3 2	15 14	29
-12	5 7	*	4 3	20 21	41
+12	5 7	*	5 4	25 28	53
---------- hovedtyper /12/ og /41/ tonaltabel: -/+53					
-53	12 41	*	2 3	24 123	147
-53	12 41	*	3 4	36 164	200
-53	12 41	*	4 5	48 105	253
-53	12 41	*	5 6	60 246	306
+53	12 41	*	6 7	72 287	359

II/7 Tonale hovedtyper /4/ og /7/, jfr. b), tonaltabel -11, jfr. a):

a) tonal-tabel:	b) antal celler:		c) enheder pr celle:	d) enheder ialt:	e) tonalitets-størrelse:
-11	4 7	*	3 2	12 14	26 ¤
-11	4 7	*	4 3	16 21	37 ¤
-11	4 7	*	5 4	20 28	etc. 48
-11	4 7	*	6 5	24 35	59
-11	4 7	*	7 6	28 42	70
...	...		...	...	etc.....

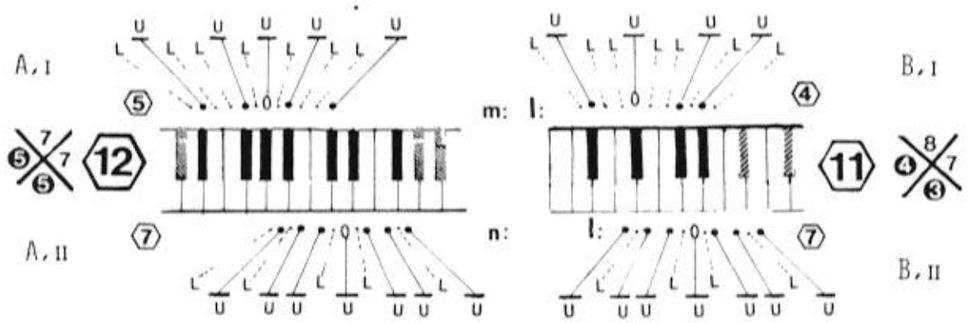
* = den primære af de komplementære overordnede tonaliteter

Det er indlysende, at der i en tonalitet er indbygget alle de tonaliteter, som er gået forud for den i den pågældende tonalsuite. Af de her meddelte exempler på suite-tonaliteter af forskellig størrelse men med numerisk samme tonaltabel i denne mere og mere komplexe sammenvævning af mindre tonaliteter ses det imidlertid, at det kun er ganske bestemte forudgående tonaliteter, der optræder som *hovedtyper*. Disse hovedtyper er tonalstrukturelt komplementære (jfr. s.210), og det vil sige, at de forholder sig til hinanden somundertangenter til overtangenter i et klaviatur. Dette klaviaturs *kromatik* udgør en (diatonisk) tonalitet af den størrelse, der svarer til tonaltabellens (negative) tal i det tonalsuite-forløb, hvori denne tabel er konstant.

Det karakteristiske ved disse tonalt komplementære hovedtyper i sådanne forløb er, at de skiftevis optræder som *primære tonaliteter* (jfr. s.217). Det vil i denne sammenhæng sige, at primære tonaliteters kvaliteter er c e n t r e i celler af u l i g e størrelse. Som følge heraf kastes der et særligt lys over begrebet *primære/sekundære* tonaliteter netop med disse tonalsuite-forløb, fordi det så tydeligt demonstreres, at enhver tonalitets numerisk mindste kvaliteter altid er centre i (alle) celler af ulige størrelse, og derved virkelig udgør en exakt p r i m æ r tonalitet. Den til denne hovedtype tonalt komplementære og derfor sekundære tonalitets kvaliteter derimod indgår i alle (det vil sige resten af) tonalitetens celler af l i g e størrelse, hvor disse (numerisk højere) kvaliteter lejrer sig i de respektive celler som nabo til den l i g e celles imaginære (tomme) centrum. Således er *primærtonalt* knyttet til et *ulige* fænomen, *sekundær-tonalt* derimod til et *lige* fænomen. Af den grund kan da cellestørrelsens *ulige-/ligehed* tages som kriterium for overordnede tonaliteters *primaritet* og *sekundaritet*. Disse forhold bekræfter i eminent grad, at tonaliteters celle-antal - som er motiveringen for at danne celle-p l a n e r - virkelig er udtryk for overordnede tonale strukturer. Således refererer overordnede tonaliteters klaviaturer med deres under- og overtangenter direkte til strukturen af den fordeling af ulige og lige celler, som en given tonalitet har.

Det er tidligere blevet vist, at overtangenterne i et klaviatur med fordel kan betragtes som tonalt primære (jfr. bl.a. side 36,ff). Her bliver det ganske selvfølgeligt, at sådanne komplementære tonaliteters kvalitetsfordeling efter behov kan have de primære kvaliteter (de numerisk mindste) knyttet til respektive under- og overtangenter, og som disse er fordelt, således fordeler sig cellerne i de dem tilknyttede større underordnede tonaliteter. Det fremgår af exemplet næste side, der har relation til oversigten side 208, idet A,I/II illustrerer cellefordelingen ad. TONALE SUITER,II/5 medens B,I/II exemplificerer cellefordelingen ad TONALE SUITER,II/7(tonaltabel -11):

ex:



ad. A,I/II : jfr. analyse II/73 (OVERORDNET TONALITET /5/ og /7/)

ad. B,I/II: jfr. samme analyse: II/74 (/4/ og /7/)

Det er selve cellefordelingsprincippet, som illustreres med exemplerne, der har gyldighed som overordnet tonalitets-struktur for enhver adækvat tonalitets-størrelse. Med tonaltabellerne hhv +/-12 og +/-11 drejer det sig her om vilkårligt store tonal-størrelser, p, der blot skal opfylde følgende ligning:

$\frac{p}{12}$ = c, rest 5 eller 7, respektive $\frac{p}{11}$ = c, rest 4 eller 7

- idet c er lig med mindste celle-størrelse, medens resttallene er lig med antallet af de s t ø r s t e celler (af størrelsen c+1).

Dersom c er et u l i g e tal (U), og resten (p modulo 12) er lig med 7, da er den overordnede primær-tonalitet lig med /5/, og tonalitetens celler U (=c) og L (=c+1) fordeles ifølge pentatonalitetens struktur i ex. A,I. Hvis tonaltabellen 12 er *positiv* er alle celler *expansible (jfr.* II/73,A,I), er den *negativ* er de *kontraktible* (jfr. II/73.A,II). Er c derimod et l i g e tal (L), da er der 7 u l i g e celler (U) af størrelsen c+1, og som følge deraf er den overordnede primærtonalitet /7/ og cellerne U fordeles ifølge heptatonalitetens struktur i ex. A,II. Tilsvarende gælder ex. B,I og II , og exempler på konkretiserede relationer mellem givne tonaliteter og deres overordnede tonaliteter gives i analyserne OVERORDNEDE TONALITETER (ex. A,I/II og B,I/II : II/73,74.

For cellefordelingens strukturprincip kan der derfor i relation til overordnede tonaliteter opstilles følgende enkle regel:

$\frac{p}{t}$ = c rest d, idet der for tallene p, t, c og d gælder:

p = den adækvate tonalitets-størrelse
t = tonaltabellens numeriske størrelse (3.tonaliteten)
c = mindste cellestørrelse (= U eller L)
* d = antal celler af størrelse c+1
* t-d = " " " " c

U = celle af *ulige* størrelse
L = " " *lige* "

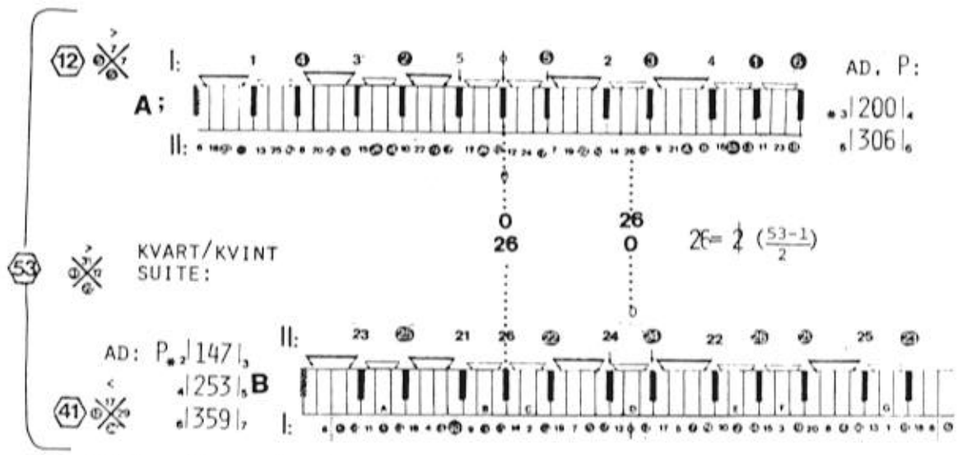
---

*) d og t-d er også størrelserne af de overordnede komplementære tonaliteter, altså samme tal som p modulo t.

II/5

For de betydeligt større tonaliteter i kvart/kvintsuiten - /147/, /200/,/253/, /306/, /359/ - som oversigten s. 200 refererer til er tonaltabellen lig med -/+53, og som følge deraf er /12/ og /41/ de overordnede, komplementære tonaliteter, der forenes som hhv over- og undertangenter i /53/klaviaturet, idet /53/ er *tredje-tonaliteten*.*) I følgende exempler (A,I/II og B,I/II**) er /53/tonalitetens - tredjetonalitetens - kvaliteter fordelt på klaviaturet, så de primære tonaliteter er hhv /12/ på overtangenter i ex. A,I og /41/ på undertangenter i ex. B,I:

ex:



*) Index-tallene ₂|···|₃ etc. angiver størrelserne af tonalitetens hhv *lige* og *ulige* celler. 1. kolonne er lig med tallene c, 2. kolonne = c+1.

I relation til reglerne for tonal cellestruktur, fremlagt i det foregående, ses det tydeligt af 0'kvalitetens forskellige placeringer i hhv ex. A med /12/ og B med /41/ som overordnet primærtonalitet, hvordan de ulige celler vil fordele sig i forhold til de l i g e i de adækvate suite-tonaliteter, angivet i exemplet. Exemplerne A og B er indbyrdes anbragt sådan, at klaviatur-strukturerne, lodret for hinanden er synkroniseret. Deraf ses det, hvordan 0'kvaliteten for primær /12/tonalitet (A,I) falder sammen med kvalitet 26 i sekundær-tonaliteten (B,II), og tilsvarende for 0'kvaliteten i primær /41/tonalitet (B,I), hvor den også falder sammen med sekundær-tonalitetens kvalitet 26 (ex. A,II).

---

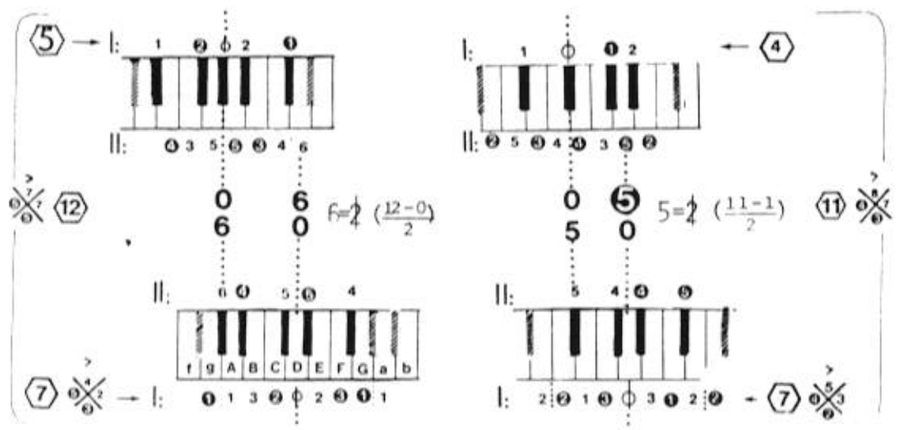
*) Begrebet "tredietonalitet"er betegnelsen for den tonalitet der består af et klaviaturs over- og under-tangenter.

**) II/73-74

Der er en enkel regel for, *hvordan* og dermed *hvorhen* disse identiske klaviaturstrukturer forskyder sig i forhold til hinanden og dermed registrerer de to strukturelt forskellige muligheder, der gives for de adækvate, større suite-tonaliteters fordeling af deres celler i relation til 0'cellen. Disse forskydninger af 0'kvaliteterne i de overordnede, tangent-komplementære tonaliteters klaviaturer foregår altid frem til de respektive sekundær-tonaliteters *kvalitet af (3.tonalitetens) halvperiode's størrelse* (halvperiode = ½, = $\frac{p-1}{2}$ når p er et *ulige* tal eller $\frac{p-0}{2}$ når p er et *lige* tal - jfr. side:136). *Tredjetonaliteten* (summen af de komplementære primærtonaliteter) er her /53/, hvis halvperiode (½) er $\frac{53-1}{2}$ = 26, som anført i exemplet.

Tilsvarende exempler kan gives på forholdet mellem de s. 200 viste, betydeligt mindre komplementære primær-tonaliteter hhv /5/ og /7/ i *tredjetonaliteten* /12/ (en l i g e tonalitet) og /4/ og /7/ i tredjetonaliteten /11/ (en u l i g e tonalitet):

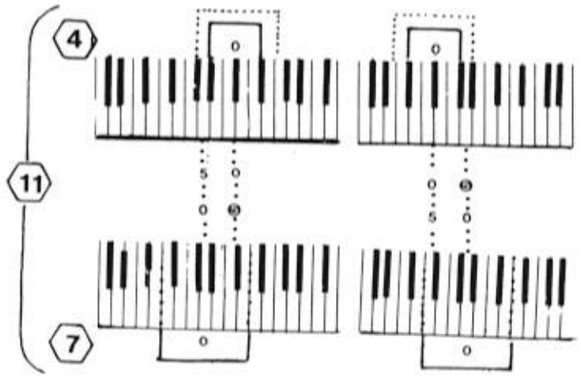
ex:



Baggrunden for denne exakte forskydning er, at 0'kvaliteten i den primære tonalitet altid må placeres,således at det svarer til klaviaturets *tangent-symmetriske* centrum, hvilket kun findes helt bogstaveligt i *ulige* tonaliteter på én bestemt undertangent (jfr. /7/ ovenfor) og én bestemt overtangent (jfr. /5/) . Derved bliver 0' og ½'kvaliteten uvilkårligt *synkroniseret*.
Er tonaliteten *lige* (jfr. /4/ ovenfor og /12/ s.204) og som primærtonalitet f.ex. placeret på overtangenter, kan fuldstændig symmetri ikke opnås. Men idet de komplementære overordnede tonaliteters 0' og ½kvalitet synkroniseres, tilvejebringes også *den nærmest mulige symmetri*. Det vil sige, at (klaviatur)-

strukturens u-symmetriske element (celle og dermed overtangent) placeres i tonalstrukturens *periferi:*

ex:



Exemplet viser, at den på overtangenter liggende,primære /4/tonalitet har mulighed for to forskellige placeringer af 0'centret:

- men i begge tilfælde forskydes det *symmetriforstyrrende element* til periferien, hvad exemplets stiplede rektangel markerer. Uanset hvilket der gøres til centrum vil 0'erne falde sammen med hhv 5 og 5 det ene sted og omvendt 5 og 5 det andet sted. Dette under forudsætning af, at det i begge tilfælde er *tredjetonalitetens* kvaliteter der anvendes (her /11/tonalitetens.

NB: i exemplet side 204 er /41/tonalitetens fortegn bibeholdt til forskel fra *tredjetonalitetens* /53/, der i kvart/kvintsuiten er fortegnsomvendt i forhold til /41/, derfor er begge med 0 sammenfaldende kvaliteter 26 positive).

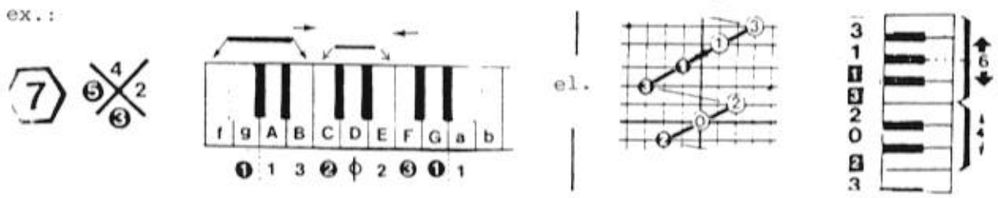
...Som et idealtilfælde kunne man tænke sig, at alle naturens virkelige symmetrier kommer i stand gennem en følge af 2'delinger(s. 315)..."todeling og symmetri-formindskelse, dér ligger hunden begravet. Todeling er en meget gammel attribut for djævelen (ordet (tvivl) zweifel,skal oprindeligt have betydet todeling). En biskop i et teaterstykke af Bernh.Shaw siger:"A fair play for the Devil, please". Derfor skal han heller ikke savnes til julefesten. De to guddommelige herrer - Christus og Djævelen - skal blot mærke, at de i mellemtiden er blevet meget mere symmetriske...(i brev fra Wolfgang Pauli til W.Heisenberg - og i nyt brev en uge senere)...du vil have bemærket, at hunden er væk, og der har ikke afsløret sig nogen grav, todeling og symmetriformindskelse. Der er jeg kommet den imøde med min antisymmetri - jeg gav ham fair play, hvorefter han blidt forsvandt ... (Der Teil und die Ganze) side 317 Werner Heisenberg.

Denne nære forbindelse mellem tonale ***celler*** i en større tonalitet og de tonale *kvaliteter* og deres fordeling i dens overordnede tonalitet leder direkte til følgende antagelse:

der må råde samme tendens af tiltrækning og frastødning mellem cellerne indbyrdes som imellem kvaliteterne indenfor den overordnede tonalitets egne og dermed overordnede celler.

Baggrunden for at spore og søge bekræftelse på et sådant fænomen af indbyrdes celle-expansion og -kontraktion må være de enkelte kvaliteters numeriske størrelse og dermed udtryk for deres positive/negative grads-afvigelse fra den adækvate tonalitets neutralpunkter. Her er det imidlertid vigtigt igen at være opmærksom på det forhold, som der gives så slående musikalske exempler på f.ex. med såkaldte *ledetone-virkninger*. Det er nemlig ikke den enkelte tone (kvalitet) isoleret betragtet, men dens relation til andre i en adækvat sammenhæng, der bekræfter cellernes tonale spændinger i form af *kontraktible* eller som i exemplet her *expansible:*

ex.:



Det er altså ikke tonen B som sådan (→), der har opaddragende, respektive tonen F (←), der har nedaddragende *ledetone-virkning*,men derimod deres sammenhæng enten *melodisk* F G A B eller som samklangsinterval B/F i en *harmonisk* funktion. Ligesom 0'cellens E (positivt) og C (negativt) har tilsvarende, men noget svagere funktion som ledetoner i den samme tone*art*.

Dette fænomen giver den helt elementære forudsætning for at tage de videregående, generelle konsekvenser af tonal tiltrækning og frastødning, som må formodes at råde mellem cellerne indbyrdes.

Den *sammenhæng* mellem kvaliteterne, der ovenfor er karakteriseret som hhv. *melodisk* og *harmonisk* er en form for *helhed*, der som videregående tonal-aritmetisk fænomen, i det følgende karakteriseres som c e l l e n s *s u m*. Dette kan derfor tages bogstaveligt, således at *cellens helheds-kvalitet betegnes som summen af dens positive/negative kvaliteter.*

I et udsnit af /41/tonaliteten fra kvart/kvintsuiten har de *ulige* tre-celler med den overordnede primære /7/tonalitets kvaliteter som centre de summer,

---

W.P.i brev til v.Weizsäcker:". du lægger altså vægt på, at todelingen...ikke er en todeling i aristotelisk forstand, men at her komplementariteten kommer ind på et afgørende sted .. (Der teil..... side 331.

som anføres her:

12+0-12 =0 10-16 = -6 18-9 =9 14-11 =3

lige fire-celler ad. over-ordnet, sekundær /5/tonalitet har disse summer: 22-26 = -4 28-20 = +8 24-24 = 0

(I den resterende del af /41/tonaliteten har cellerne de fortegnsomvendte summer, symmetrisk på den anden side af 0'cellerne).

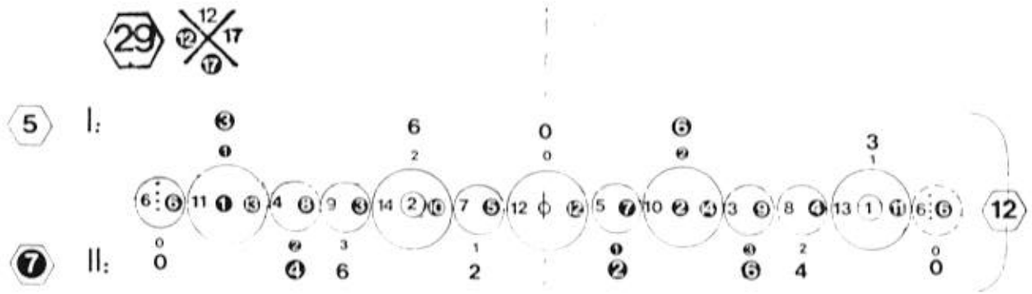
Det ses umiddelbart, at *tre*-cellernes summer er *tre*delelige, ligesom *fire*-cellernes er *fire*delelige. Idet summerne udtrykker cellernes samhørighed i overordnede celler og de hver i deres overordnede tonalitet har samme divisor (hhv 3 og 4) vil summer derfor kunne forkortes og stadigvæk være exakte udtryk for cellernes relationer, virkende som tonale enheder. Det vil sige, at /41/tonalitetens overordnet primære /7/tonalitets celler også får en tonal /[illegible]/tabels kvaliteter, og det er jo netop dem, der er centre i U-cellerne. L-cellerne, de *lige* fire-celler blev imidlertid karakteriseret som *sekundær*-tonale, dels fordi de i k k e har et tonal-kvalitativt *centrum*, der som primærtonalitetens kun består af den adækvate tonalitets mindste numeriske kvaliteter, dels fordi deres egne numerisk mindste kvaliteter som følge heraf alle er større end primær-tonalitetens, altså tilhører *tredje-tonalitetens*, /12/, kvalitative periferi. Men med disse L-cellers summer og deres selvfølgelige forkortelser fremdrages på denne måde tonal-tabellariske kvaliteter, der helt klart danner en /5/tonal /[illegible]/tabel, altså den velkendte pentatonalitets struktur. På disse præmisser er der i *dette* tilfælde tale om, at to overordnede *ulige* tonaliteter står overfor hinanden, hver med sin h e l t klare symmetriske struktur med fixerede 0'celler som centre, der er forskudt således for hinanden, at *centrum* i den ene tonalstruktur er *periferi* i den anden. Naturligvis har den overordnede *primær*tonalitet altid dét fortrin, at dens *0'celle* har et fixeret centrum, som er selve *0'kvaliteten*. Med sin (lige) 0'celle liggende i periferien af primærtonaliteten har den overordnede *sekundær*tonalitet et t o m t centrum, som ifølge sagens natur må være *halvoktaven*, ($2^{1/2}$), det vil sige det neutrale *diabolus* intervalpunkt *kvadratrod 2* ($\sqrt{2}$).*)

Dette princip kan i sin fulde konsekvens vises med f.ex. kvart/kvintsuitens /29/tonalitet, i hvilken de overordnede tonaliteter /5/ og /7/ har byttet rol-

*) Todelingen i aristotelisk mening ville med rette - hvad Fauli skrev være en djævelens attribut, den fører ved fortsat gentagelse kun ud i kaos.... (Der Teil...side 331)

ler i forhold til det nævnte /41/tonale exempel:

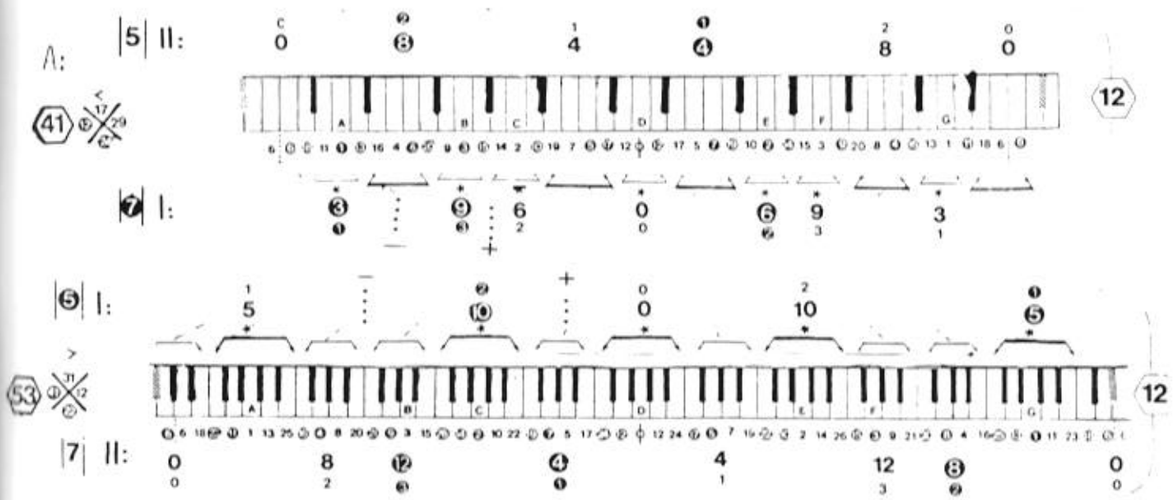
ex:



Her er U-cellen også en tre-celle, L-cellen derimod en to-celle. Et særligt træk er fremhævet derved, at angivelsen af den sekundære /7/tonalitet er gjort negativ: /[illegible]/. Sædvanligvis er periode- eller tonalstørrelsestallet /p/ et (positivt) almindeligt mængdetal. Når det her (og i lignende tilfælde) er gjort negativt, skyldes det ikke, at mængden som sådan subtilt skal opfattes som negativ. Det refererer derimod til, at fortegnene for tonaltabellens tal er vendt om i forhold til de dia-intervaller, som den positive/negative difference mellem tallene angiver. For det forhold gives der en fast regel:

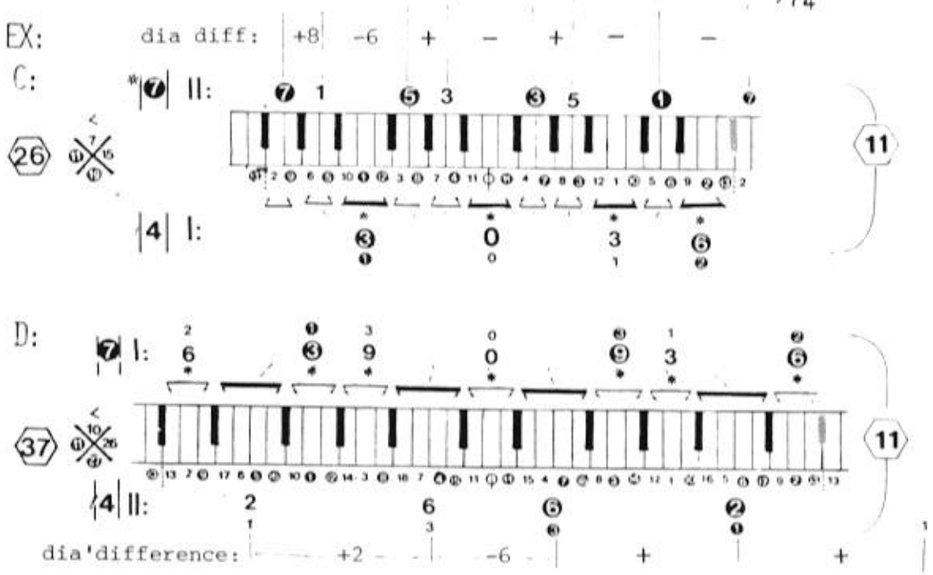
Af tonaltabellerne for komplementære overordnede tonalitetspar er fortegnene i den ene vendt om, således at negativ difference mellem tabelkvaliteter findes, hvor dia'intervallet er det store (opr. dia/+/), *medens positiv difference angiver* det lille (opr. dia/-/), *jfr.* ⋮ *i nedenstående exempel.* Dersom der er den samme (negative) tonaltabel i de på hinanden følgende suitetonaliteter, har de også den samme overordnede tonalitet med dia'intervallisk fortegnsomvending jfr. /[illegible]/ i /29/tonaliteten og /41/tonaliteten i nedenstående ex. A,I (og se tilsvarende forhold i senere ex. C,II og D,I):

ex:



Hvor tonaltabellen har samme numeriske størrelse men skifter fra negativ til positiv i forholdet mellem ex. A og B, da skifter også den dia'intervalliske fortegnsomvending i den overordnede tonalitet fra /7/ til /14/ i ex. B,I. I disse tilfælde ses, at dia'intervallisk fortegnsomvending kan forekomme både i primær og sekundær overordnet tonalitet. Men for alle disse tonaliteter gælder, at de overordnede tonalceller indgår i primær- og sekundær-tonalitet, der *begge har fixeret 0'celle* i de anførte forhold mellem tonalstrukturens centrum og periferi. Dette skyldes, at begge overordnede tonaliteter er *ulige* (hhv /5/ og /7/), hvilket er en følge af at suite-tonaliteternes tonaltabel og dermed *tredjetonaliteten* er l i g e , /12/.

Hvor suite-tonaliteternes tabel er u l i g e, svarende til tredjetonaliteten /11/, som i nedenstående exempel C og D, dér vil de komplementært overordnede tonaliteter være hhv *lige* /4/ og *ulige* /7/, og det ændrer forholdene for enhver overordnet *sekundær*tonalitet, jfr. II/74

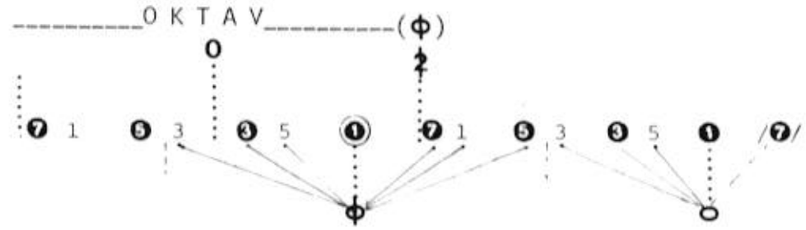


Modsætningsforholdet *ulige/lige* mellem de overordnede tonaliteter /7/ og /4/ afstedkommer karakteristiske strukturtræk, der bl.a. ytrer sig ved, at alle sekundær-tonaliteters celle-*summer* k u n kan forkortes til *ulige* tal. Det medfører dels at de derfor ikke har har nogen fixeret 0'celle, i forhold til hvilken de forkortede celle-summer står i balance, dels at disse forkortede tal ikke danner tonaltabel .

*) I relation til ex. A og B s. 217 er også her den overordnede tonalitet med dia'intervallisk omvending lig med /7/ og vil være det, så længe suite-tonaliteterne har tonaltabel /11/- jfr. II/7-8, fra /15/ /26/...til og med.../136/,/147/ og /158/ denne sidste med positiv tabel /11/.

Bemærkelsesværdigt for de til ulige tal forkortede celle-summer er, at de for overordnet /7/tonalitet i ex. C,II overskrider /7/periodens numeriske halvperiodetal 3 ($=\frac{7-1}{2}$) og har både 5 og (det ene) 7 med, altså kvaliteter, som først kunne forekomme i en /14/tonalitet. Ser man på dia'differencerne, hhv +8 og -6, hvis numeriske sum er 14, da bekræfter dette også et vist tilhørsforhold til en l i g e, altså en $(2\cdot/7/)$tonalitet. Tilsvarende gælder den overordnede /4/tonalitet, ex. D,II med dia'differencerne +2 og -6, hvis numeriske sum er lig med 8 , jfr. $(2\cdot/4/)$tonalitet.

Det er fænomener, værd at notere, men opmærksomheden må ikke mindst rettes mod disse sekundær-tonaliteters *strukturelle balanceforhold*. Således viser bl.a. ex. C,II, at /7/tonalitetens række af u l i g e kvaliteter, forlænget med en oktav, k u n kan have 1 som dette dia'intervalliske forløbs tonalstrukturelle *centrum*:



Det afgørende er, at de strukturelle centre i denne type af *sekundær*tonaliteter er variable i modsætning til de faste strukturcentre på *halvoktaven* ($2^{1:2}$) for sekundærtonaliteterne ad første type. Det vil være formålstjentligt at fastholde disse karakteristika for typerne af overordnede tonaliteter: ex:

TYPE 1:

I: = U_1.....: 0 = 2^0

---------- L = III

II: = U_2.....: ϕ = $2^{1:2}$

TYPE 2:

I: = U..(el.L).....: 0 = 2^0

---------- U_L = III

II: = L..(el.U).....: θ = 2^x

I og II står for komplementære tonaliteter, hhv primær (I) og sekundær (II). III er *tredje*tonaliteten, som dels er lig med summen I+II, dels (numerisk) lig med tonaltabellen for den adækvate, autent. eller extreme (suite)tonalitet, i det følgende betegnet T. U står for *ulige*, L for *lige* tal; U_1 og U_2 er forskellige ulige tal og U_L er det ulige tal, summen U+L. 0 er de primære tonalstrukturers (f.ex. klaviatur-strukturernes) fixerede centrum, sammenfaldende med tonaltabellens 0'kvalitet (sv/tal 2^0), medens 0 er det for sekundærtonaliteterne af TYPE 1 *imaginære* men *invariable strukturcentrum*, der ligger fast på *halvoktaven* (sv/tal $2^{1/2}$, altså kvadratrod 2). Endelig er -0- strukturcentret udelukkende for TYPE 2,II, altså de sekundærtonaliteter, hvis centre er *variable* (sv/tal 2^x, idet betingelserne for x skal gives i det følgende).

Visse generelle forhold kan fastsættes umiddelbart:

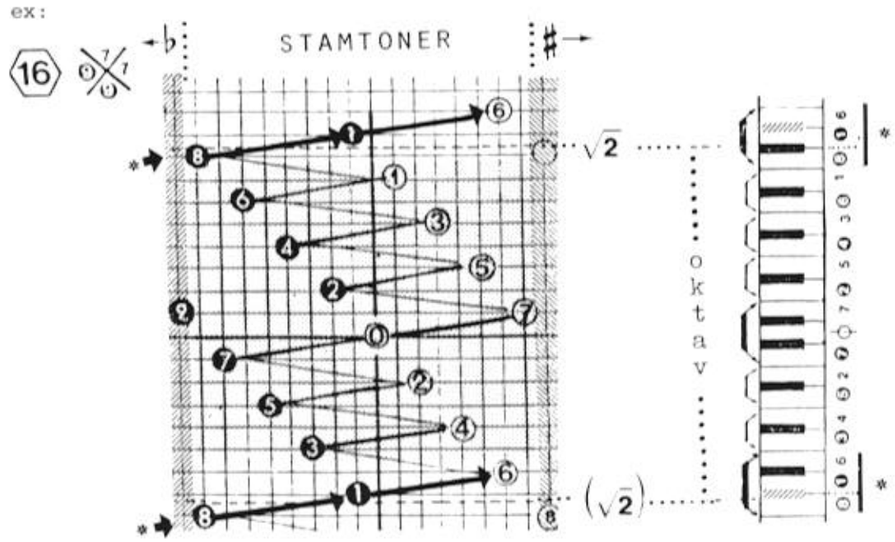
ad TYPE 1:

Denne type kan kun angå (suite)tonaliteter, T, af *ulige* størrelse, T_u, idet ingen *lige* tonalitet, T_L, kan have l i g e tonaltabel (jfr. *divisor-tonaliteter* s.113), og III, *tredje*tonaliteten for I og II er numerisk identisk med tonaltabellen.

ad TYPE 2:

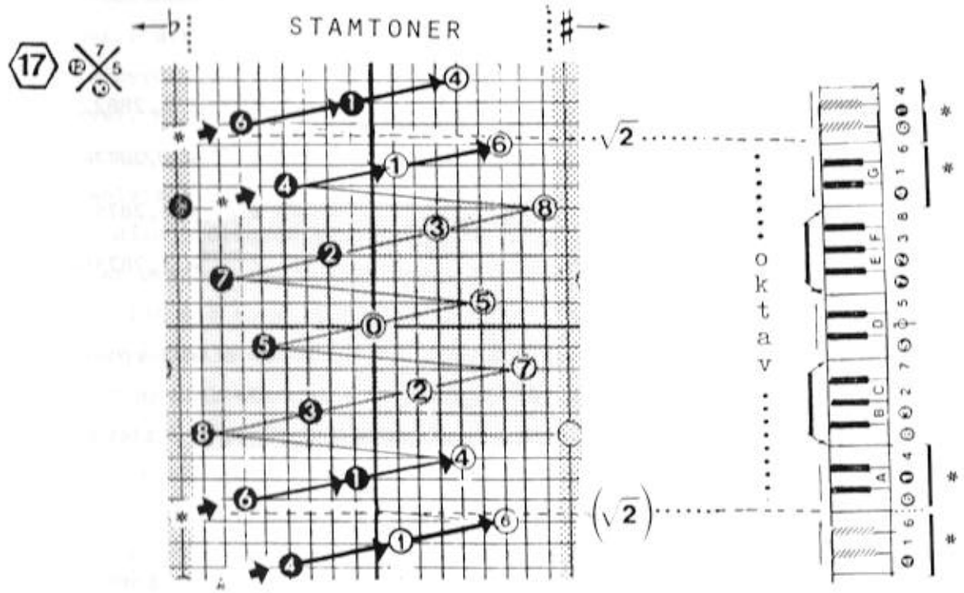
Denne type omfatter både *ulige* og *lige* tonaliteter, hhv T_u og T_L, alle naturligvis k u n med u l i g e tonaltabel (III). Til denne type hører da a l l e l i g e tonaliteter, T_L, som ifølge sagens natur k u n kan have u l i g e tonaltabel. Dette forklares bl.a. af det forhold, at l i g e tonaliteter i k k e er fuldstændig s y m m e t r i s k e, og det u-symmetriske element er uvilkårligt placeret omkring halvoktavens imaginære punkt, *kvadratrod 2*, som netop i en l i g e tonalitet har forskellig kvalitet på hver side, hvorfor en *celle* omkring dette punkt ikke kan forkortes til 0'celle, jfr. *) i nedenstående exempel, hvor cellen henover √2 i planen er trukket kraftigt op:

ex:



Men selv hvor kvaliteter i u l i g e tonaliteter, T_u, er numerisk identiske på hver side af det imaginære punkt √2, er dette ikke kriterium for, at sådanne kvaliteter ophæver hinanden og danner sekundær 0'celle, idet der kan grænse (spejlvendte U- eller L-celler op til hver side af h a l v o k t a v e n, som f.ex. nedenstående U-celler i kvart/kvintsuitens /17/tonalitet; (tilsvarende L-celler: jfr. TONALE SUITER, II/9-10):

ex:



Tilbage står at afdække reglerne for, hvor de variable centre dannes for TYPE 2,II, altså fastlæggelsen af exponenten x for svingningningstallet 2^x, der markerer det i m a g i n æ r e centrum for II-strukturen. Her må det holdes fast, at de overordnede, kvalitetsforkortede celler for TYPE 2,II k u n omfatter u l i g e tal, og at de imaginære centre her forekommer i cellen af (evt. forkortet) kvalitet 1 eller ❶ (NB: til centrum kan vilkårligt vælges 1 eller ❶, når de overordnede L-celler indrettes derefter, jfr. s. 206). Dette leder direkte til, at TYPE 2,II-centret må findes imellem de p o s i t i o n e r i tonaltabellen for $T_{u/L}$, hvis kvaliteter n+1 og -n eller omvendt, n og -(n+1), danner summen III. Det er derfor ret enkelt at fastsætte n, thi når f.ex. t r e d j e tonalitetens tal er (-)11, da er n+1=6 og -n= ❺, eller omvendt: n=5, -(n+1)= ❻. I relation til III'tonaliteten, f.ex. /11/ er disse to tal lig med dem, der svarer til h a l v p e r i o d e-tal x) (½) for p/11/:

$$\frac{11-1}{2} = 5 \ (= ❻ \text{modulo } 11) \quad \text{resp.} \quad \frac{-11+1}{2} = ❺ \ (= 6 \text{ modulo } 11)$$

x) jfr. side 136

Udgangspunkt for enkelte exempler tages her fra TONALE SUITER, hvor II/7-8 netop /11/ er tonaltabel og dermed t r e d j e tonalitet frem til T/169/:

ex: t)	m)	z)	s)	p)
tonalitet:	mrk:	celle:	celle-sum:	positioner:
/26/	a)	| 5 : 6 |	1	| 9 : 10 |
/37/	b)	| 16 5 : 6 17 |	2	| 12 13 : 14 15 |
/48/	c)	| 16 5 : 6 17 |	2	| 16 17 : 18 19 |
/59/	d)	| 27 16 5 : 6 17 28 |	3	|19 20 21 : 22 23 24|
celle-centrum:		⊕		⊕

f): svingningstal for cellecentrenes neutralinterval: a) $2^{19:52}$ * = 1,288225...

b) $2^{27:74}$ = 1,287761...

c) $2^{35:96}$ = 1,287509...

d) $2^{43:118}$ = 1,287352...

*) I stedet for brøker som $\frac{19}{52}$ el. $\frac{27}{74}$ etc. vælges her af notationspraktiske grunde tallenes forhold: 19:52, 27:74....etc.

Det neutral-intervalliske punkt, som cellerne i kolonne c) står i relation til er - som de lodret stiplede linjer angiver - beliggende midt imellem de positioner, som er naboer til den punkterede linje i kolonne p). I stedet for at notere disse punkter som hhv:

a) $2^{9,5:26}$ b) $2^{13,5:37}$ c) $2^{17,5:48}$ og d) $2^{21,5:59}$

- så kan samme præcision opnås med forlængede brøker, hvis nævner fordobles, hvorved tælleren bliver et ulige heltal. Det vil sige, at i stedet for neutral-intervallet $2^{9,5:26}$ anføres det samme tal således: $2^{19:52}$

$2^{27:74}$ $2^{35:96}$ og $2^{43:118}$ (jfr. f) ovenfor)

Dette er baggrunden for at bestemme exponenten x i 2^x, det neutralpunkt, der er centrum, som +1/-1'cellen i sekundær-tonaliteten af TYPE 2,II står i relation til. Fremgangsmåden for at bestemme positionstallet i kolonne p) er den samme som den, hvorved den reciprokke findes, når blot et af tonalkodens tal samt tonalitetens størrelse er kendt. Her svarer III til tonalkodens tabeltal, medens kvalitetstallet i kolonne z) er lig med halvperiodetallet (⊕) for III, og lad dette tal være lig med z. Den r e c i p r o k k e til III i tonaliteten T er lig med r i ligningen $\frac{1+T\cdot n}{III} = r$, derfor er positionen for celletallet z lig med

r·z modulo T

Som den enkelte tone (kvalitet) ikke kan tillægges særlig tonal egenskab i sig selv, men først får sin egentlige værdi i sammenhæng med andre toner i sin celle, sådan kan det siges, at cellens s u m kun bekræfter sin værdi i det tonale sammenspil med andre celler indenfor en endnu større tonalitets helhed. Men hvad netop de foregående analyser viser er, at de overordnede cellesammenhænge har relationer til f o r s k e l l i g e c e n t r e og dermed til forskellige men k o m p l e m e n t æ r e tonalitets-strukturer. Disse komplementært overordnede tonaliteter står igen til hinanden i et primært/sekundært forhold, der i sit væsen minder om selve de *komplementære generatorintervaller* og deres indbyrdes skiftende egenskaber af primære og sekundære (positive eller negative), hvad angår frembringelsen af kvaliteter for adækvate tonaliteter i de tonale suiter. I disse suiter forekommer de overordnede komplementære tonaliteter selv som numerisk mindre, ordinære tonaliteter, m e n det er *almindeligvis ikke alle* tidligere tonaliteter i suiten, der optræder i triumviratet, I, II, III' af overordnede tonaliteter. I exemplerne fra kvart/kvintsuiten har som overordnede vist sig tonaliteterne /5/, /7/, /12/, og /41/. I det fortsatte suiteforløb dukker andre overordnede op: /29/, /53/, /253/, men imellem /12/ og /253/ rummer suiten tonaliteterne /17/, /94/, /147/ og /200/, der i k k e forekommer som overordnede i kvart/kvintsuiten.

Den enkle regel herfor er:

a) som III'tonalitet (og siden I og II) i en suite optræder alle tonaliteter, hvis størrelser er numerisk identiske med suitens tonaltabeller (jfr. III', x) og

b) som I og/eller II optræder desuden de andre af suitens tonalstørrelser, der forekommer som differencer mellem III'erne i deres almindelige rækkefølge.

Nogle exempler fra TONALE SUITER, II/5,6, (kvart/kvintsuiten):

III'tonaliteter:	5	12	41	53	306	(tonaltabeller)
I/II " ,difference:	7	29		253		(i k k e ")
tidligere III'tonalitet:			12			

ad TONALE SUITER, II/7,8

III'tonaliteter:	4	11	158	169.....	(tonal-tabeller)
I/II' " difference:	7	147			ikke "
tidl. III'ton. "			11		

ad TONALE SUITER;

III'tonaliter:	7	8	23	31	85	116	665.	(tonal-tabeller)
I/II' " difference:	1	15		54		549		ikke "
tidl. III'ton. "			8		31			

x) og i ex. II/3,5,7.....15

Af analyserne fremgår, at enhver (*ulige*) tonalitet, uanset størrelsen T med tonaltabel +/-/12/ er opdelt i 12 celler, kontraktible eller expansible. Som det er vist grupperer cellerne sig i hhv ulige eller lige, der igen fordeler sig i komplementære, overordnede tonalitets-strukturer. Betingelse for, at de komplementære tonalitetsstrukturer svarer til pentatonale og heptatonale strukturer som kvart/kvintsuitens er den simple, at T i tonaliteten T_u er et vilkårligt multiplum af 12, plus 5, eller om man vil: T = 5 modulo 12

For de overordnede men kongruente /5/' og /7/'tonaliteter gælder T=-5 mod. 12 og for de øvrige af /12/periodens ialt kun fire mulige tonaliteter vil alle T = +/-1 mod.12, som er 12'tabellariske have /1/ og /11/ som overordnede tonaliteter.

I kraft af denne almindelige modulo-regel er det - på basis af tonalitetsstørrelsen T og tonaltabellens tal III (tredje-tonaliteten) simpelt at stadfæste ethvert par af overordnede tonaliteter I og II:

T modulo III = I (eller II) og III - I = II

Ifølge sagens natur vil enhver overordnet tonalstruktur I og II principielt indeholde sine overordnede af *2. orden*, disse rummer igen deres overordnede af *3.orden* etc., så langt som modulo-reglen kan gennemføres i denne krebsegang ned igennem tonalsuiten. Og her må det noteres, atstørrelserne I og II meget vel kan være vidt adskilte. Det anes af oversigten side 200, hvor de to hovedtyper I og II forekommer som hhv /41/ og /12/, og der ville intet være ivejen for, at de i anden sammenhæng kunne have været: I = /197/, II = /12/, eller den største størrelse kunne sættes vilkårligt til /12n+5/ overfor /12/. Dersom /12/ optræder i egenskab af primær overordnet tonalitet, I, i et sådant tilfælde, da ville den have /5/' og /7/'tonaliteter som I og II af 2. orden. - altså strukturer svarende til kvart/kvintsuitens penta- og heptatonaliteter - idet den selv optræder i egenskab af tredje-tonalitet (III) af 2. orden. Disse forhold fortæller blot, at enhver kombination af I, II og III, som optræder i tonalsuiters progression ad infinitum vil kunne registreres som tilbageførte tonalstrukturer, gyldige for *celler*, der reduceres til *kvaliteter*, som *igen* slutter sig sammen i *celler*, der på ny reduceres til *kvaliteter* i celleinddelte tonalstrukturer.

Dette er, hvad der i videste forstand går ind under begrebet tonal fremgangsmåde, det begreb som en Platon røber med udsagnet om det nødvendige i at undersøge en sag på en måde, der er i overensstemmelse med sagens natur.

TID - BEVÆGELSE

..... samtidig med at han ordnede verden, skabte han et evighedsbillede af den evighed, der uforanderligt bestemmes ved enhed, og dette billede, hvis bevægelse bestemmes ved tal, har vi givet navnet tid...

Platon - TIMAIOS

Hvordan de relativt store tonalitets-størrelser og deres tonalt overordnede cellefænomener måtte ytre sig i én udover det teoretiske meningsfyldt sammenhæng vides der i almindelighed ikke noget konkret om. Men tonale fænomener af enhver størrelsesorden har suveræn gyldighed indenfor ét område: *tid*. Alle tonalt intervalliske fænomener er af væsen tids-fænomener. De kan føres tilbage til den enkelte tone, der er en ubrydelig alliance mellem *tidsenhed* og *bevægelsesenhed*. Hvor disse enheder dækker hinanden - 1 bevægelsesenhed pr 1 tidsenhed, altså forholdet 1:1 - dér står tonen. Den er tonalteoretisk blevet kaldt 0'tonen, fordi den som skæringspunkt for enheder af tid (=t) og bevægelse (=b) kan betegnes som forholdet t:b i 0'te potens: $t^0 : b^0$ eller $(t:b)^0$. Men naturens egen tone ytrer sig imidlertid ikke blot som sammenfaldende, kvantitativt identiske enheder 1:1 (t:b). I sin ideale form er tonen en sammensmelten af enhed og flerhed, velkendt som naturtoneforholdene:

```
1 : 2 3 4 5 6 · · · · · ·
|   |
t : b . . . .
```

- hvor 1 er svingnings- og tidsenhed for den manifesterede tone, medens 2 3 4 5 ...n er bevægelsesenhederne for dens (ideale) indre,tonende struktur.

Dette fænomen er så velkendt, at det kan virke trivielt, men som *trivialitet* udelukker det den (*aha.a...*)oplevelse, der røber, at

tiden fortæller om sig selv i tonen!

Hvad tonen på sin side fortæller om tiden er bl.a., at tid og bevægelse er uløseligt forbundet. Bevægelse forudsætter rum, og bevægelse i sig selv kan ytre sig i så diametrale modsætninger som astronomiske tidsrum eller atomare energi-fænomener i den modsatte ende af tids-skalaen. Samhørigheden af tid og rum, eller om man vil af tid og stof, udtrykker digteren *Christian Morgenstern* med dette tankevækkende aforistiske billede:

Diese Waschkanne vor mir: nimm die Zeit von ihr, und sie stürzt zusammen in Nichts. Die Zeit macht erst den Raum.

Denne fortælling om, at rummet udspringer af tiden og er uløseligt forbundet med den, kan her sidestilles med, at intervallerne udspringer af tonen, disse *intervaller*, der er *tvefoldige enheder*. I samme øjeblik naturtonefænomenets intervaller konkretiseres, så hver tone klinger, ser fænomenet ikke blot sådan ud: 1 : 2 3 4 5 6.... De forhold, der kan manifesteres i tone*højde* existerer ligefuldt i tone*dybde*, og den intervalliske konkretisering af natur-*intervallerne* medfører da, at tid og bevægelse følger i hælene på hinanden, således at hver forøgelse af bevægelses-enheden stilles i relation til en tilsvarende forøgelse af tids-enheden:

...5 : 4 : 3 : 2 : 1 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5
| t:b | t:b | t:b | t:b | t:b | t:b | t:b | t:b | t:b |

Lad bevægelses-enheden ytre sig som energi eller stof, f.ex. i form af Morgensterns *Waschkanne*, da er hans tankebillede ganske logisk: uden tids-enhed ingen bevægelses-enheder - altså *uden tid, intet stof*.

Men tonen og dens struktur lærer os også, at denne interval-konkretisering, altså den tvefoldige enhed viser i sig selv et fænomen at tage afgørende stilling til, idet der er opstået et absolut største interval: *oktaven*, forholdet mellem én tids-/bevægelsesenhed og to bevægelsesenheder:

1 : 2 — b/t: b alle andre

2 : 3, 4 : 5 etc. — b/t: b t/b : b danner mindre intervaller,

og da forøgede bevægelsesenheder .....7, 8, 9... ∞ på grund af den uafrystelige intervalliske tidsenheds-forøgelse danner intervaller, der er mindre end intervallet, der opstår i kraft af to bevægelsesenheders forhold til den umiddelbare nabo: én tidsenhed - 2 : 1 (t : b) nemlig kvint: 2 : 3 (t : b) eller: 1 : 1½ (t : b) etc.

Kun ved en kvantitativ omvending af tids-/bevægelsesforholdet kan det maximale interval-rum, oktaven, principielt fordobles: 2 : 1 : 1 : 2
b | t:b | t:b | t:b |

Som en musikalsk selvfølge er det antaget, at dette største interval, oktaven, og kun dét kan særstilles med egenskab af *identitets*-interval. Også dette almindelige forhold er så selvfølgeligt, at dets trivialitet altfor let udelukker (*aha.a...*)oplevelsen af oktavens *identitets*-karakter og dermed stænger for den dybere oplevelse af, hvad det indebærer, når der tonalt tages de videste konsekvenser af *identitetens princip*.

Med oktaven som identitets-enheden overfor alle andre tids-/bevægelsesforholds uendelige mængde af *forskelligheder* har der således vist sig en fundamental *tvedeling* af det i forvejen som *tvefoldig enhed* betegnede interval-fænomen.

Dette nære forhold mellem enhed og mangfoldighed er jo nedlagt i selve tonens struktur:

TONE: *Enheden* (identisk med sig selv) er den klingende tone 1:1
Mangfoldigheden (dens struktur) er tonens principielt uendelige overtonerække, bevægelsesenhederne: ..2, 3, 4, 5..∞

INTERVAL: *Enheden* (identitetens princip) er oktaven
Mangfoldigheden (forskellighedens princip) er bl.a. generatorintervaller.

Hvad tonen ydermere har lært os er, at enheder (med tonen er det bevægelsesenheder) stiller sig sammen til helheder i naturlige tals rækkefølge, og ved konkretisering af interval-enheders rækkefølge har de naturligvis både op- og nedad-gående retning. Det leder frem til, at mangfoldigheder af ét givet interval kan udtrykkes med én talenhed, f.ex. det første interval i selve tonens struktur, som ikke er identitet, nemlig 2:3 t:b, en interval-enhed lig med n. Da haves, analogt tonens struktur, konkretiseret, denne rækkefølge af n:

...-5 -4 -3 -2 -1 *) | +1 +2 +3 +4 +5.....
n n n n n n n n n n n

At numrene simpelthen er exponenter for n er her erfaret som hele tonalteoriens fundament. Men begrebet tonalitet, der viser sig igennem en mangfoldighed af interval-enheden n har i kraft af interval-begrebets tvedeling (identitet/forskellighed) også sin indbyggede tveheed som princip, nemlig den dia-intervalliske orden i den tonal-tabellariske fordeling af tonerne (kvaliteterne):

TONALITET: *Enheden:* generatorintervallet, frembringer af
f.ex. tonalgruppen af kvaliteter: -3 -2 -1 0 1 2 3

Tveheden: indenfor tonaltabellarisk orden
af kvaliteter: 1 3 -2 0 2 -3 -1 | 1
dia-intervallisk difference: +2 +2 +2 +2 +2
-5 -5

Igen ses det, at enhed og mangfoldighed er forbundet, og derved også mangfoldighed, der ytrer sig med den tonale suite af tonaliteter er latent tilstede i det enkelte generatorinterval, ganske som mangfoldigheden hviler latent i tone-enheden med naturtonerne.

---

*) Et 0'punkt opstår her uvægerligt som punktet hvorfra 1.interval udgår, positivt og negativt.

Denne afdækning af tonale egenskaber og strukturer med tonens princip som usvigelig vejleder har bl.a. gjort det indlysende, at tonal struktur og helltallig struktur er lige så intimt forbundne som tidsenhed er forbundet med bevægelsesenhed i den klingende tone. Det har vist sig, at fundamentale begreber som lige og ulige, positivt og negativt og dermed tiltrækning og frastødning eller for de kontrasterende celler expansion og kontraktion er forhold, der kan gøres ækvivalente med helhedsbegrebet tonalitet.

Med de begrænsede tonale størrelser eller om man vil: tonale grupper, der kan skilles ud som tabellariske led af ét givet talsystems helhed, røber der sig strukturer, symmetrier og sammenhænge, som retteligt må kunne give hele begrebet tonal periode en plads i den matematiske teori for endelige grupper, hvad så end det måtte indebære.

Led af sådanne endelige grupper er f.ex. de fra århundreders musikalsk praxis kunstnerisk gennemprøvede *penta-* og *heptatonaliteter*. I denne fremstillings sidste tonale analyser er det vist, hvordan celle-enheder grupperer sig og netop antager strukturer som penta- og heptatonaliteter. Det er set, hvordan disse i indbyrdes komplementært forhold breder sig over betydeligt større tonaliteter, som har findelt oktaven langt udover det musikalsk anvendelige. Som III'tonalitet i samme forbindelse indtager dodeca-tonaliteten sin selvfølgelige plads, altså den |12|tonalitet, hvis inderste musikalske væsen er anet, men i dagens vesterlandske musikpraxis langtfra erkendt i sin hele tonale sammenhæng.

Imidlertid turde det være tankevækkende, at de musikalsk enkle tonalitetsstrukturer kan defineres som overbygninger over tonale findelinger af identitetsintervallet oktav. Det vil sige, at her er tale om tids- og bevægelsesrelationer og derunder virkende tonale spændinger, som i de mindste enheder ikke kan have nogen musikalsk akustisk betydning. Men der kan peges på store sammenhænge - som cellers relationer til hinanden i overordnede tonaliteter af højere og højere orden - som nærmer sig musikalsk tonale, praktisk kendte fænomener, der på den ene eller anden måde har fået konkret form i musik. Det er i denne forbindelse, der kan stilles relevante spørgsmål om, *hvilken HARMONICE MUNDI, der her er forbundet med menneskets intuitivt fattede musik og dens orden.*

SUB SPECIE AETERNITATIS

Der kan anes et udviklingsmønster for musikken på baggrund af de musikalsk motiverede principper, som ligger til grund for det vældige tonale strukturkomplex. Som helhed har disse tonale fænomener ikke været klarlagt før, men det turde være en umiddelbar erkendelse af de grundlæggende tonale forhold, der har ledet de sensitivt lydhøre komponister og musikere til de musikalske realiteter, hvorigennem principperne røbes. Det er denne kunstens indre hemmelighed, der i middelalderskriftet NOVUM LUMEN forklares således:

> *At få ting, der er gemt i skyggen til at træde frem og at fjerne skyggen fra dem, dette tillades den indsigtsfulde filosof af Gud igennem naturen... Alle disse ting sker, og det almindelige menneskes øjne ser dem ikke, men sindets og forestillingskraftens øjne ser dem i et sandt, i det sandeste syn.*

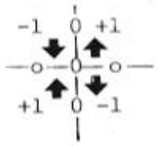
Når den vesterlandske musikudvikling kan afgive så meget materiale til belysning af de principielle forhold, skyldes det utvivlsomt den treklangens og dermed harmonikkens dimension, som musikken blev opløftet til i tidlig middelalder. Den balanceakt mellem lodret og vandret dimension, som flerstemmigheden krævede, støttet til treklangens søjler, medførte også den klarlægning af de tonale flader, der så at sige tvang musikken til at gennemspille heptatonalitetens muligheder og rendyrke ♯/♭'fænomenet, altså croma-intervallets princip.

Denne århundredlange vej fra /7/' til /12/tonalitet, som i den sene fase har været tornestrøet for såvel skabende og udøvende musikere som for deres medmennesker, fører vel ikke nødvendigvis videre til fastere etablering af de følgende tonaliteter i suiten frem til /41/' og /53/tonalitet. Givetvis sættes der af menneskeøret en grænse for, hvad der kan opfattes akustisk. Men de tonale fænomener har også vist, at det er langt fine nuancer, menneskesindet registrerer. De tonale nuancer er nemlig ikke først og fremmest akustiske, tværtimod: de er dynamiske. Det vil sige, at man hører de tonale spændingers styrke som mere afgørende end svingningers exakte (an)tal. Og opfattelsen af tonal spændingsstyrke er direkte forbundet med opfattelsen af tonal sammenhæng. Derfor kan selv en forstemt skala-passage høres som f.ex. Dur-skala, og opløsning af en forstemt dominant-septimakkord føles som nødvendig i en tonal kadence.

Disse fine tonale nuancer indenfor en tonalitets helhed har som forudsætning croma-intervallets størrelse, og det retningsbestemte gives af cellernes egenskaber af expansible eller kontraktible. På en vis måde har de tonale celler deres egetliv. Det kendes bl.a. fra andre musikalske kulturer end den vesterlandske, hvor der bruges et tonemateriale, som nok kan transponeres, men som

bevæger sig indenfor et mindre område end identitetens oktavrum. Til en sådan kategori af tonale celler kan formentlig også mange gadesælger-råb henregnes. Men også de meget højt udviklede orientalske musikkulturer, der f.ex. ikke er præget af nogen treklangsbetinget harmonisk flerstemmighed, vidner om, at talrige tonale celler indgår i dét for kulturen karakteristiske s a m l e d e t o n e m a t e r i a l e. Dette kan f.ex. i rationel skalamæssig sammenlægning godt føre til findeling af oktaven i mange små (evt. højst forskelligartede) skala-intervaller, som derfor ikke udgør en tonalitets-enhed, genereret af ét komplementært interval-par. Det er i lyset af sådanne forhold, forbundet med de fundamentale tonal-strukturelle lovmæssigheder, en kommende musikudvikling må afventes.

Den musik, vi kender og bruger, knytter sig kun til tonalitetsbegrebet, hvor dets princip har sit udspring. Hvor tonaliteter går langt udover det musikalsk relevante, må ifølge sagens natur deres tilhørsforhold søges i områder, hvor bevægelsesperiodiciteter er knyttet til tidsenheder af utallige andre størrelsesordner. Tonalitetsfænomenets universalitet røber sig jo netop deri, at dets principper og strukturer er uafhængige af, indenfor hvilke oktavområder de manifesterer sig, det være sig astronomiske eller atomare. Men en uendelighed af (generator)intervaller, som danner basis for talløst mulige tonalsuiters expansioner (jfr. ex. 6), har rod i det interval-komplementaritetens princip, der er hele tonalitetsbegrebets kim: t r i-t o n a l i t e t e n. I den er interval-enhed, celle-enhed og tonalitets-enhed en og samme sag. Med de to muligheder, der er givet tri-tonaliteten, hhv den expansible tonalitet i relation til neutralpunkterne uden grads-afvigelser: og den kontraktible tonalitet



- fremstår hele tonalitets-princippet i en elementær celle-plan, der ligefrem har symbolets karakter, illustrerende de fundamentale tonalitets-træk i én plan med de to hinanden afbalancerende kræfter på hver side af den neutrale oktavdeling: e x p a n s i o n e n og k o n t r a k t i o n e n.

I betragtning af den rigdom af rytmisk,melodisk og harmonisk s p æ n d i n g og a f s p æ n d i n g, som råder i alverdens musik og gennemtrænger århundreders overleverede musikalske kunstværker er det egentlig ganske selvfølgeligt, at der måtte være en dyb forbindelse med de universelle begreber t i l t r æ k n i n g og f r a s t ø d n i n g, som er det fundamentale i begrebet t o n a l i t e t.

En følge heraf må da også være, at t o n e n s m u s i k i sig selv, hvor den med rimelighed kan siges at afspejle t o n a l e fænomener, er udtryk for det fundamentale i en egentlig videnskab. Disse tonale forhold med deres universelle aspekt af umådeligt omfang er blevet afdækket takket være musikere og musikalsk matematiske tænkere, som i årtusinder har været lydhøre overfor t o n e n og dens l o v e, sådan som de styrer imod begrebet t o n a l i t e t. Dybest nede må derfor naturens og kunstens love have samme væsen. Den ægte k u n s t og den ægte v i d e n turde derfor være udtryk for to sider af én og samme s a n d h e d.

24|11|77